

Домашнее задание по теме: «Интегрирование линейных дифференциальных уравнений с помощью формулы Дюамеля»

1) $x'' + x = \frac{1}{3 + \cos^2 t}$, $x(0) = x'(0) = 0$.

Ответ: $x(t) = \frac{1}{4} \sin t \cdot \ln\left(\frac{2 + \sin t}{2 - \sin t}\right) + \frac{\cos t}{\sqrt{3}} \cdot \left(\operatorname{arctg} \frac{\cos t}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6}\right)$.

2) $x'' - x = \frac{1}{1 + \operatorname{ch} t}$, $x(0) = x'(0) = 0$.

Ответ: $x(t) = \operatorname{sh} t \left(t - \operatorname{th} \frac{t}{2}\right) - \operatorname{ch} t \cdot \ln \frac{1 + \operatorname{ch} t}{2}$.

3) $x'' - x' - 2 = \frac{e^{2t}}{(1 + e^t)^2}$, $x(0) = 2$, $x'(0) = -2$.

Ответ: $x(t) = \frac{e^t - 1}{2} + \ln 2 - \ln(1 + e^t) + 2 - 2t$.

4) $x'' + 2x' + x = \frac{te^{-t}}{t+1} - t$, $x(0) = 2$, $x'(0) = -1$.

Ответ: $x(t) = e^{-t} \left[\frac{t^2}{2} + t - (t+1) \ln|t+1| \right] + 2 - t$.

5) $x'' + tx' - (t+1)x = 0$, $x(0) = x'(0) = 1$.

Ответ: $x(t) = e^t$.