Домашнее задание по теме: «Применение преобразования Лапласа при решении задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами»

Найти решение задачи Коши:

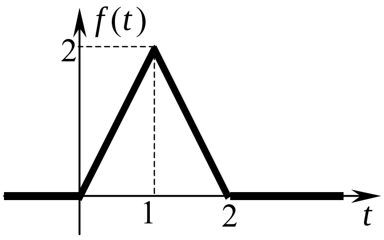
1) $y''' + y' = 2e^{x}(x+1) - 4\sin x$, $y(0)=1$, $y'(0)=-1$, $y''(0)=3$;

2) $y'' + 4y = 2\cos x \cdot \cos 3x$, $y(0)=y'(0)=0$;

3) $y'' + y' = 2x$, $y(1)=1$, $y'(1)=-1$;

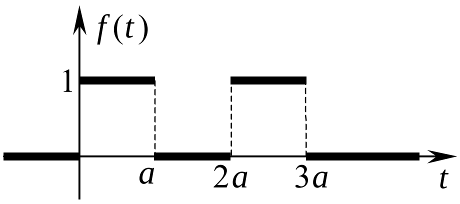
4) $y'' + y = -2\sin x$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$, $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$;

5)



$y'' + 4y = f(t)$, $y(0)=y'(0)=0$;

6)



$y'' - 2y' + y = f(t)$, $y(0)=y'(0)=0$.

Ответы: 1) $y(x) = e^{x}(x-1) - \sin x + 2\cos x + 2x\sin x$;

2) $y(x) = \dfrac{1}{4}x\sin 2x + \dfrac{1}{12}(\cos 2x - \cos 4x)$;

3) $y(x) = (x-1)^2 - e^{1-x}$;

4) $y(x) = \left(x - 1 - \dfrac{\pi}{2}\right)\cos x$;

5) $$y(t) = \frac{1}{2}\left[t - \frac{1}{2}\sin 2t\right]\cdot\eta(t) - \left[(t-1) - \frac{1}{2}\sin 2(t-1)\right]\cdot\eta(t-1) + \\ + \frac{1}{2}\left[(t-2) - \frac{1}{2}\sin 2(t-2)\right]\cdot\eta(t-2);$$

6) $$y(t) = [1 - e^{t} + e^{t}\cdot t]\cdot\eta(t) - [1 - e^{t-a} + e^{t-a}\cdot(t-a)]\cdot\eta(t-a) + \\ + [1 - e^{t-2a} + e^{t-2a}\cdot(t-2a)]\cdot\eta(t-2a) - \\ - [1 - e^{t-3a} + e^{t-3a}\cdot(t-3a)]\cdot\eta(t-3a).$$