

Домашнее задание по теме: «Вычеты функций»

Найти следующие вычеты (где z_0 – особые точки):

$$1) \operatorname{res}_{z=z_0} \frac{\operatorname{ch} z}{(z^2 + 1) \cdot (z - 3)}; \quad 2) \operatorname{res}_{z=z_0} \frac{z}{(z + 1)^3 \cdot (z - 2)^2}; \quad 3) \operatorname{res}_{z=0} \frac{e^z - 1 - z}{(1 - \cos 2z) \sin z};$$

$$4) \operatorname{res}_{z=0} \frac{z^2}{\operatorname{ch} z - 1 - \frac{z^2}{2}}; \quad 5) \operatorname{res}_{z=z_0} z^3 e^{\frac{1}{z}}; \quad 6) \operatorname{res}_{z=z_0} \frac{e^{-\frac{1}{z^2}}}{1 + z^4};$$

$$7) \operatorname{res}_{z=z_0} \left(\cos \frac{1}{z} + z^3 \right); \quad 8) \operatorname{res}_{z=z_0} \operatorname{ctg}^2 z; \quad 9) \operatorname{res}_{z=z_0} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{1 + z};$$

$$10) \operatorname{res}_{z=z_0} \sin z \cos \frac{1}{z};$$

ОТВЕТЫ: 1) $\operatorname{res}_{z=\pm i} f(z) = \frac{-1 \pm 3i}{20} \cdot \cos 1$, $\operatorname{res}_{z=3} f(z) = \frac{\operatorname{ch} 3}{10}$;

$$2) \operatorname{res}_{z=2} f(z) = -\frac{1}{27}, \quad \operatorname{res}_{z=-1} f(z) = \frac{1}{27};$$

$$3) \operatorname{res}_{z=0} f(z) = \frac{1}{4}; \quad 4) \operatorname{res}_{z=0} f(z) = 0; \quad 5) \operatorname{res}_{z=0} f(z) = \frac{1}{24};$$

$$6) \operatorname{res}_{z=0} f(z) = 0, \quad \operatorname{res}_{z=z_0} f(z) = \frac{1}{4} e^{\left(1 - \frac{3\pi}{4}\right)i}, \quad \operatorname{res}_{z=z_1} f(z) = \frac{1}{4} e^{\left(-1 - \frac{\pi}{4}\right)i},$$

$$\operatorname{res}_{z=z_2} f(z) = \frac{1}{4} e^{\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)i}, \quad \operatorname{res}_{z=z_3} f(z) = \frac{1}{4} e^{\left(-1 + \frac{3\pi}{4}\right)i};$$

$$7) \operatorname{res}_{z=0} f(z) = 0; \quad 8) \operatorname{res}_{z=\pi} f(z) = 0;$$

$$9) \operatorname{res}_{z=-1} f(z) = e^{-1}, \quad \operatorname{res}_{z=0} f(z) = 1 - e^{-1};$$

$$10) \operatorname{res}_{z=0} f(z) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)! \cdot (2n-1)!}.$$