

Домашнее задание по теме: «Числовые и функциональные ряды в комплексной плоскости»

Исследовать на сходимость ряды:

$$\begin{array}{lll} 1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{\sqrt{n^3+i}}; & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2ni}}{n\sqrt{n}}; & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} i\sqrt{n}}{\sin in}; \\ 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-i\cos^2 6n}; & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-i)\ln 2n}; & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!+2ni}. \end{array}$$

Найти круг сходимости степенных рядов:

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} i^n \cdot z^n; \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{\sin^n(1+in)}.$$

Найти кольцо сходимости ряда

$$\begin{array}{ll} 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-i)^n \cdot z^n}; & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+1}{(z+2i)^n}; \\ 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n \cdot 2^n}; & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-1}{(z+1)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{(i+n)^n}; \\ 13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(z+1-i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot (z+1-i)^n; & 14. -\frac{1}{z-1} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot (z-1)^n. \end{array}$$

- Ответы:**
- | | |
|---------------------------------|------------------------|
| 1) сходится условно; | 2) сходится абсолютно; |
| 3) сходится абсолютно; | 4) расходится; |
| 5) расходится; | 6) сходится абсолютно. |
| 7) $ z < 1$; | 8) \mathbb{C} ; |
| 9) $ z > \frac{1}{\sqrt{2}}$; | 10) $ z+2i > 3$; |
| 11) $1 < z < 2$; | 12) $ z+1 > 2$; |
| 13) расходится; | 14) $0 < z-1 < 1$. |