

Домашнее задание по теме: «Приложения производной»

1) (846) Найти уравнение касательной к линии $x^2(x + y) = a^2(x - y)$ в начале координат.

2) (847) Доказать, что касательная к линии $y = \frac{1 + 3x^2}{3 + x^2}$, проведенная в точках, для которых $y = 1$, пересекаются в начале координат.

3) (964) Записать уравнение касательной и нормали к линии $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos 2t \end{cases}$ при $t = \pi/6$.

Вычислить приближенно:

4) $\ln \operatorname{tg} 47^\circ 15'$.

5) (899) $y(1,05)$, где $y(x) = e^{0,1x \cdot (1-x)}$.

Найти пределы:

6) (1338) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} \right)$;

11) (1349) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$;

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \cdot \operatorname{ctg} x - 1}{x^2} \right)$;

12) (1350) $\lim_{\varphi \rightarrow a} (a^2 - \varphi^2) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \varphi}{2a} \right)$;

8) (1344) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln x}{\ln \sin x} \right)$;

13) (1361) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x}$;

9) (1337) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\cos x \cdot \ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)} \right)$;

14) (1358) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$;

10) (1345) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{\ln(1-x) + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)}{\operatorname{ctg}(\pi x)}$;

15) (1360) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}$.

Ответы: 1) $y = x$; 2) $y = x$ в точке $M_1(1; 1)$, $y = -x$ в точке $M_1(-1; 1)$;
3) $y = -2x + 1,5$ – уравнение касательной, $y = 0,5x + 0,25$ – уравнение нормали; 4) 0,078; 5) 0,995; 6) 2; 7) $-\frac{1}{3}$; 8) 1;
9) $\cos a$; 10) -2 ; 11) 0,5; 12) $\frac{4a^2}{\pi}$; 13) e^2 ; 14) 1; 15) 1.