

Домашнее задание по теме: «Предел функции №1»

Найти пределы¹:

$$1) (\text{№ 288}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + 10^{10}};$$

$$2) (\text{№ 287}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2}{2x+1} - \frac{(2x-1) \cdot (3x^2 + x + 2)}{4x^2} \right);$$

$$3) (\text{№ 310}) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right);$$

$$4) (\text{№ 273}) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$$

$$5) (\text{№ 275}) \lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1};$$

$$6) (\text{№ 295}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4};$$

$$7) (\text{№ 300}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 1}}{\sqrt[5]{x^4 + 1} - \sqrt[4]{x^4 + 1}};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right);$$

$$10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x^2 - 2x} \right);$$

Ответы: 1) 100; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\begin{cases} \frac{a+b}{2}, & x \rightarrow +\infty; \\ +\infty, & x \rightarrow -\infty. \end{cases}$ 4) $-\frac{2}{5}$; 5) 6;
6) $\frac{1}{4}$; 7) $\frac{2}{3}$; 8) -1; 9) $\frac{1}{2}$; 10) 2.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО(*)

$$11) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[n]{(x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n)} - x \right); \quad \text{Ответ: } \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}.$$

$$12) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{3/2} \left(\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x} \right); \quad \text{Ответ: } -\frac{1}{4}.$$

$$13) (\text{№ 302}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x} - 1} \quad (n, m \in \mathbb{Z}); \quad \text{Ответ: } \frac{m}{n}.$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}; \quad \text{Ответ: } \frac{49}{24}.$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}; \quad \text{Ответ: } \frac{nm(n-m)}{2}.$$

¹ Номера задач указаны из сборника задач Бермана Г.Н., «Сборник задач по курсу математического анализа».