Свойства бесконечно больших последовательностей

1) ***Если*** $\{x_n\}$ ***– бесконечно большая, то последовательность*** $\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$ ***– бесконечно малая. Если последовательность*** $\{\alpha_n\}$ ***– бесконечно малая, то последовательность*** $\left\{\dfrac{1}{\alpha_n}\right\}$ ***– бесконечно большая.***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО (дано на лекции)

2) ***Если последовательности*** $\{x_n\}$ ***и*** $\{y_n\}$ ***– бесконечно большие одного знака, то их сумма*** $\{x_n + y_n\}$ ***– бесконечно большая того же знака.***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО самостоятельно

3) ***Если последовательности*** $\{x_n\}$ ***– бесконечно большая, а последовательность*** $\{y_n\}$ ***– ограниченна, то их сумма*** $\{x_n + y_n\}$ ***– бесконечно большая последовательность.***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО самостоятельно

4) ***Если последовательности*** $\{x_n\}$ ***и*** $\{y_n\}$ ***– бесконечно большие, то их произведение*** $\{x_n \cdot y_n\}$ ***– бесконечно большая последовательность.***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО самостоятельно

5) ***Если последовательность*** $\{x_n\}$ ***– бесконечно большая, а последовательность*** $\{y_n\}$ ***– сходящаяся, причем*** $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = a \neq 0$***, то их произведение*** $\{x_n \cdot y_n\}$ ***– бесконечно большая последовательность.***

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Последовательность* $\{x_n\}$ *называют отделимой от нуля, если существуют число* $K > 0$ *и номер* N *такие, что* $|x_n| > K$, $\forall n > N$.

6) ***Если последовательность*** $\{x_n\}$ ***– ограниченная и отделимая от нуля, а*** $\{y_n\}$ ***– бесконечно большая, то их произведение*** $\{x_n \cdot y_n\}$ ***– бесконечно большая последовательность.***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО самостоятельно

7) ***Если последовательность*** $\{x_n\}$ ***– бесконечно большая и для любого*** $n \in \mathbb{N}$ ***имеет место неравенство*** $|x_n| \le |y_n|$ ***(***$|x_n| < |y_n|$***), то последовательность*** $\{y_n\}$ ***тоже является бесконечно большой.***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО самостоятельно