

ОБРАЗЕЦ

Найти предел функции или доказать, что он не существует

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^4 - 5y^4}{x^4 + y^4}$; 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{x^2 + (y-1)^2}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2} + 4 - 2}$.

3) Найти все частные производные второго порядка от функции $u = \ln(ye^x + xe^y)$.

Найти указанные частные производные сложной функции

4) $z = \arcsin xy$, $x = u^v$, $y = u^2 - v^3$;

$$\frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ? \quad \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} - ?$$

5) $z = y \cdot \operatorname{tg}(x^2 + y)$, $x = \frac{1}{t^3}$, $y = \sqrt{t^4 - t}$; $\frac{dz}{dt} - ?$

6) Вычислить приближённо $(1,94)^2 \cdot e^{0,02}$.

7) Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением

$$a^2(x^4 + y^4) - x^3 y^2 = 9a^6.$$

Найти $\frac{dy}{dx}$.

8) Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением

$$x^2 + y + xyz^3 - 2z = 0.$$

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

9) Для функции $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ найти:

а) производную в точке $M(-1; \sqrt{3})$ в направлении от точки M к точке $K(2; 2\sqrt{3})$;

б) $gradz$ в точке $N(3; 4)$.

10) Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$2z = \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4}$ в точке $M(6; 4; 4)$.

Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна вектору $\bar{l} = \{2; -1; -2\}$?

11) Исследовать на экстремум функцию

$$z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2.$$

12) Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = 5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3$.