

Домашнее задание по теме: «Предел функции №1»

Найти пределы¹:

1) (№ 288) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + 10^{10}};$

2) (№ 287) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2}{2x+1} - \frac{(2x-1) \cdot (3x^2 + x + 2)}{4x^2} \right);$

3) (№ 310) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right);$

4) (№ 273) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$

5) (№ 275) $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1};$

6) (№ 295) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4};$

7) (№ 300) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x};$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 1}}{\sqrt[5]{x^4 + 1} - \sqrt[4]{x^4 + 1}};$

9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right);$

10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x^2 - 2x} \right);$

Ответы: 1) 100; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\begin{cases} \frac{a+b}{2}, & x \rightarrow +\infty; \\ +\infty, & x \rightarrow -\infty. \end{cases}$ 4) $-\frac{2}{5}$; 5) 6;
 6) $\frac{1}{4}$; 7) $\frac{2}{3}$; 8) -1; 9) $\frac{1}{2}$; 10) 2.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО(*)

11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[n]{(x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n)} - x \right);$ **Ответ:** $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}.$

12) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{3/2} \left(\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x} \right);$ **Ответ:** $-\frac{1}{4}.$

13) (№ 302) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x} - 1} \quad (n, m \in \mathbb{Z});$ **Ответ:** $\frac{m}{n}.$

14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1};$ **Ответ:** $\frac{49}{24}.$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2};$ **Ответ:** $\frac{nm(n-m)}{2}.$

¹ Номера задач указаны из сборника задач Бермана Г.Н., «Сборник задач по курсу математического анализа».