

Домашнее задание по теме: «Предел последовательности»

Используя определение, доказать:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right) = 1;$
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_2(\log_2 n) = \infty \quad (n \geq 2).$

Найти пределы¹:

- 3) (№ 250) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^4 + (n-1)^4};$ **Ответ:** 0.
- 4) (№ 253) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n}}{n+1};$ **Ответ:** 0.
- 5) (№ 255) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 + 6n^5 + 2} - \sqrt[5]{n^7 + 3n^3 + 1}};$ **Ответ:** 1.
- 6) (№ 258) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!};$ **Ответ:** 0.
- 7) (№ 259) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!};$ **Ответ:** 1.
- 8) (№ 266) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{2^n + 1};$ **Ответ:** 1.
- 9) (№ 267) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{1/n} - 1}{2^{1/n} + 1};$ **Ответ:** 0.
- 10) (№ 260) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}}};$ **Ответ:** $\frac{4}{3}.$
- 11) (№ 262) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n+2} - \frac{n}{2} \right);$ **Ответ:** $-\frac{1}{2}.$
- 12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + n^3} - \sqrt{n^4 - n^3}}{2n+1}.$ **Ответ:** $\frac{1}{2}.$

¹ Номера задач указаны из сборника задач Бермана Г.Н., «Сборник задач по курсу математического анализа».