

Домашнее задание по теме: «Линейные уравнения и уравнения Бернулли»

1) $y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}$.

Ответ: $y = \sin x(C - \operatorname{ctg} x)$.

2) $\cos xy' - y \sin x = xe^{-x^2}$.

Ответ: $y = \frac{1}{\cos x} \left(C - \frac{e^{-x^2}}{2} \right)$.

3) $xy' + y = 2y^2 \ln x$.

Ответ: $y = \frac{1}{2(\ln x + 1) + Cx}$.

4) $x^2(x-1)y' - y^2 - xy(x-2) = 0$.

Ответ: $y = \frac{x^2}{1 + C(x-1)}$.

5) $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1 - e^x) \cos^{-2} y dy = 0$.

Ответ: $\operatorname{tg} y = C(e^x - 1)^3 \Rightarrow y = \operatorname{arctg} C(e^x - 1)^3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \forall C$.

6) $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}$.

Ответ: $x = y \ln y + \frac{C}{y}$.

7) $y'x = y(\ln y - \ln x + 1)$.

Ответ: $y = xe^{Cx}, \forall C$.

8) $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$.

Ответ: $x = \sqrt[3]{Ce^y - y - 2}$.

9) Кривая $y = y(x)$ проходит через начало координат. Если в точке M кривой провести нормаль, то середина отрезка MK (где K – точка пересечения нормали и оси абсцисс) лежит на параболе $y^2 = ax$. Найти уравнение этой кривой.

Ответ: $y' - \frac{y}{2a} = -\frac{2x}{y} \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{ax + a^2 + Ce^{x/a}},$

$y = \pm 2\sqrt{ax + a^2 - a^2 e^{x/a}}.$