

Домашнее задание по теме: «Однородные уравнения и приводящиеся к ним»

1) $y' + \frac{x+y}{x+2y} = 0$.

Ответ: $1 + 2\frac{y}{x} + 2\frac{y^2}{x^2} = \frac{C}{x^2}, C \neq 0 \Rightarrow x^2 + 2xy + 2y^2 = C, C \neq 0$.

2) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$.

Ответ: $e^{-y/x} = \ln|x| + C \Rightarrow y = -x \cdot \ln(C + \ln|x|)$.

3) $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$. **Ответ:** $y = \pm \sqrt{\frac{C}{x^2 - 1}} - 1$

4) $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$.

Ответ: $2\sqrt{\frac{y}{x}} = \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C,$
 $\Rightarrow y = x(0,5 \cdot \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C)^2, x = 0, y = 0$.

5) $\sqrt{y^2 + 1}dx - xydy = 0$.

Ответ: $\sqrt{y^2 + 1} = \ln|x| + C \Rightarrow y = \pm \sqrt{(\ln|x| + C)^2 - 1}, x = 0$.

6) $xy'(\ln y - \ln x + 4) = y\left(\ln \frac{y}{x} + 5\right)$.

Ответ: $\left[\ln\left(\frac{y}{x}\right) + 4\right]^2 = C + 2\ln|x| \Rightarrow y = x \cdot e^{\pm \sqrt{C + \ln(x^2)} - 4}$.

7) $(x + y - 2)dx + (x - y + 4)dy = 0$.

Ответ: $x^2 + 2xy - y^2 - 4x + 8y = C$.

8) $(x + y + 1)dx + (2x + 2y - 1)dy = 0$.

Ответ: $x + 2y + 3\ln|x + y - 2| = C, y = 2 - x$.

9) Найти кривую, для которой произведение абсциссы любой точки на отрезок, отсекаемый нормалью в этой точке на оси Ox , равно удвоенному квадрату расстояния этой точки от начала координат.

Ответ: $1 + \frac{y^2}{x^2} = Cx^2, C > 0 \Rightarrow y = \pm \sqrt{Cx^4 - x^2}, C > 0$.