Домашнее задание по теме: «Двойной интеграл в декартовой системе координат»

1) Найти $\iint\limits_{(\sigma)}(54x^2y^2+150x^4y^4)dxdy$, где (σ) – область, ограниченная линиями $x=1$, $y=x^3$, $y=-\sqrt{x}$. **Ответ:** 11.
2) Найти площадь области (σ), ограниченной линиями $x^2+y^2=12$, $\sqrt{6}x=y^2$ $(x\geq 0)$. **Ответ:** $3\pi+2$.
3) Найти массу области (σ), ограниченной линиями
$$x=0{,}25,\ y=0,\ y^2=16x\quad (y\geq 0),$$
если плотность распределения массы $\gamma(x,y)=16x+4{,}5y^2$.
Ответ: 2.
4) Найти $\iint\limits_{(\sigma)}2\cdot|x|dxdy$, где (σ) – трапеция с вершинами $A(-1;4)$, $B(5;4)$, $C(4;1)$, $D(1;1)$. **Ответ:** 61.
5) 3468
Оценить интеграл $\iint\limits_{(\sigma)}(x+y+1)dxdy$, где (σ) – прямоугольник $0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 2$.
Ответ: $2\leq\iint\limits_{(\sigma)}(x+y+1)dxdy\leq 8$.
6) 3466
Оценить интеграл $\iint\limits_{(\sigma)}(x+y+10)dxdy$, где (σ) – круг $x^2+y^2\leq 4$.
Ответ: $4\pi(10-2\sqrt{2})\leq\iint\limits_{(\sigma)}(x+y+10)dxdy\leq 4\pi(10+2\sqrt{2})$.
7) Изменить порядок интегрирования в выражении:
а) $\int\limits_{-2}^{-\sqrt{3}}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}}f(x,y)dy+\int\limits_{-\sqrt{3}}^{0}dx\int\limits_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}}f(x,y)dy$;
б) $\int\limits_{1}^{2}dy\int\limits_{e}^{e^y}f(x,y)dx+\int\limits_{2}^{4}dy\int\limits_{e^{y/2}}^{e^2}f(x,y)dx$.
Ответ: а) $\int\limits_{0}^{1}dy\int\limits_{-\sqrt{4-y^2}}^{-\sqrt{4y-y^2}}f(x,y)dx$; б) $\int\limits_{e}^{e^2}dx\int\limits_{\ln x}^{2\ln x}f(x,y)dy$.