

## Домашнее задание по теме: «Интегралы, зависящие от параметра»

Вычислить с помощью Эйлеровых интегралов:

1)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$ ,      **Ответ:**  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ ;

2)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^n}}$ ,      **Ответ:**  $\frac{\pi}{n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}$ .

Определить область существования и выразить через Эйлеровы интегралы:

3)  $\int_0^{+\infty} e^{-x^n} dx \quad (n > 0)$       **Ответ:**  $n > 0, \frac{1}{n} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)$ ;

4)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^m}} \quad (m > 0)$       **Ответ:**  $n \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty),$   
 $\frac{1}{m} B\left(\frac{1}{m}, 1 - \frac{1}{n}\right).$

5) Используя равенство  $\int_0^b \frac{dx}{1+ax} = \frac{1}{a} \ln|1+ab|$ , найти путем дифференцирования по параметру, интеграл  $\int_0^b \frac{xdx}{(1+ax)^2}$ .

**Ответ:**  $\int_0^b \frac{xdx}{(1+ax)^2} = \frac{1}{a^2} \ln|1+ab| - \frac{b}{a(1+ab)}.$

6) Найти с помощью дифференцирования по параметру интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-ax}}{xe^x} dx \quad (a > -1).$$

**Ответ:**  $\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-ax}}{xe^x} dx = \ln|a+1|, \quad (a > -1).$