

Домашнее задание по теме: «Приложения определенного интеграла №2»

1) № 2560.

Цепная линия $y = \operatorname{ch} x$ вращается вокруг оси Ox . Получается поверхность, называемая *катеноидом*. Найдите объем тела, ограниченного катеноидом и плоскостями $x = a$, $x = b$ ($a < b$).

Ответ:
$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{e^{2b} - e^{2a}}{2} - \frac{e^{-2b} - e^{-2a}}{2} + 2(b-a) \right).$$

2) Окружность $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ ($0 < a < r$) вращается вокруг оси Oy . Получается поверхность, называемая *тором*. Найдите объем тора.

Ответ: $2\pi^2 r^2 a.$

3) № 2584.

Найдите объем тела, ограниченного параболоидом $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и конусом $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2$.

Ответ: $8\pi.$

4) Найдите объем тела, получаемого при вращении астроида $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ вокруг оси Ox .

Ответ: $\frac{32a^3\pi}{105}.$

5) Найдите объем тела, получаемого при вращении лемнискаты $r^2 = 2c^2 \cos 2\varphi$ ($c > 0$) вокруг оси Ox .

Ответ: $c^3\pi \left(\ln(1 + \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2}}{3} \right).$