

Домашнее задание по теме: «Интегрирование некоторых алгебраических иррациональностей»

Найти интегралы.

1) 1943. $\int \frac{8x-11}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx$; **Ответ:** $-8\sqrt{5+2x-x^2} - 3 \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{6}} + C.$

2) 1984. $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$; **Ответ:** $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{3}{2} \cdot \arcsin x + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + C.$

3) 1986. $\int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{x^2+4}}$; **Ответ:** $\frac{\sqrt{4+x^2}}{16 \cdot x} - \frac{(\sqrt{4+x^2})^3}{48 \cdot x^3} + C.$

4) 1987. $\int \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4} dx$; **Ответ:** $\frac{(\sqrt{x^2-8})^3}{24 \cdot |x|^3} + C.$

5) 1993. $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx$; **Ответ:** $6 \cdot \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[6]{x}} \right| + C.$

6) 2071. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \frac{dx}{x}$; **Ответ:** $\ln \left| \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} \right| + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + C.$

*7) 2075. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+2)^5}}$; **Ответ:** $\frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+2}} + C.$

Подсказка: домножить числитель и знаменатель на $\sqrt[4]{(x+2)^3}$.

8) 2077. $\int x^{-1} \cdot (1 + \sqrt[3]{x})^{-3} dx$;

Ответ: $3 \left(\ln \left| \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} \right| + \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x}} + \frac{1}{2 \cdot (1 + \sqrt[3]{x})^2} \right) + C.$

9) 2083. $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$; **Ответ:** $\frac{3}{7} (1 + \sqrt[4]{x})^{4/3} \cdot (4\sqrt[4]{x} - 3) + C.$

10) 2087. $\int \frac{dx}{x^{11} \cdot \sqrt{1+x^4}}$;

Ответ: $-\frac{1}{10} \cdot \left(\sqrt{\frac{1+x^4}{x^4}} \right)^5 + \frac{1}{3} \cdot \left(\sqrt{\frac{1+x^4}{x^4}} \right)^3 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1+x^4}{x^4}} + C.$

11) 2165. $\int \frac{2x^2 - 3x}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} dx$;

Ответ: $x \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 5} - 5 \ln \left| x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 5} \right| + C.$