

УТВЕРЖДАЮ
 Проректор по ОД
 _____ Боровиков Ю.С.
 « ___ » _____ 2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИКА			
Предметная область		Математика	
Номер кластера		Система углубленной профессиональной подготовки Элитное техническое образование	
Приказ ректора о разработке учебных планов приема соответствующего года		Приказ ректора от 19.10.2012 г. №10917	
Квалификация		Бакалавр	
Базовый учебный план приема		2014	
Курс	I, II	Семестр	I, II, III, IV
Количество кредитов		31 (9/9/9/6)	
Код дисциплины		Б2 Б1.1	

Виды учебной деятельности	
Лекции, ч.	272 часа (88/72/64/48)
Практические занятия, ч.	288 часа (88/72/80/48)
Аудиторные занятия, ч.	560 часов
Самостоятельная работа, ч.	480 часов
ИТОГО, ч.	1040 часов

Вид промежуточной аттестации	Экзамен (1-й, 2-й, 3-й, 4-й семестр)
Обеспечивающая кафедра	ВМ, ВММФ

Заведующий кафедры ВМ		К.П. Арефьев
Заведующий кафедры ВММФ		А.Ю. Трифонов
Преподаватель		А.Ю. Трифонов
Преподаватель		Е.Г. Пахомова

2014 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями преподавания дисциплины являются:

- овладение основными понятиями линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных уравнений;
- овладение логическими основами курса, необходимых для решения теоретических и практических задач;
- приобретение навыков использования аппарата высшей математики при решении инженерных задач;
- формирование навыков самостоятельной работы, необходимых для использования знаний при изучении специальных дисциплин и дальнейшей практической деятельности;
- развитие математической интуиции, воспитание математической культуры.

Поставленные цели полностью соответствуют целям технических ООП.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «математический анализ» является базовой математического и естественно-научного цикла.

Для её успешного усвоения необходимы математические **знания и умения** на уровне среднего образования, а именно: умение работать с действительными числами, целыми и дробными степенями, логарифмами; знание формул сокращенного умножения и тригонометрических формул; знание основных элементарных функции, умение находить область определения элементарных функций. **Владеть навыками** решения алгебраических, тригонометрических, логарифмических, показательных уравнений и неравенств.

Пререквизитов данная дисциплина не имеет, поскольку является первой обязательной дисциплиной образовательной программы.

Кореквизиты: «Физика», «Информатика».

3. Результаты освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия линейной алгебры (матрица, определитель, ранг матриц, решение системы линейных уравнений) (3.1.1);
- основные понятия векторной алгебры (свободный вектор, линейные и нелинейные операции над векторами) (3.1.2);
- основные понятия теории линейных пространств и линейных операторов (линейное пространство, линейная зависимость и независимость, базис, координаты; линейный оператор) (3.1.3);

- основные понятия аналитической геометрии (кривая на плоскости и в пространстве, поверхность) (3.1.4)
- основные понятия дифференциального и интегрального исчисления (предел последовательности, предел функции, непрерывность функции, производная, частная производная, первообразная, неопределенный интеграл, определенный интеграл, кратный интеграл, криволинейный интеграл, поверхностный интеграл) (3.1.5);
- основные понятия теории дифференциальных уравнений (задача Коши, общее и частное решение, краевая задача) (3.1.6);
- основные понятия теории рядов (числовой ряд, функциональный ряд, сумма ряда, степенной ряд, ряд Фурье) (3.1.7);
- основные понятия теории функций комплексного переменного (понятие функции комплексного переменного, производной функции комплексного переменного, аналитической функции, интеграла от функции комплексного переменного, комплексного ряда) (3.1.8);
- основные понятия операционного исчисления (оригинал, изображение) (3.1.9);
- основные теории вероятности (событие, вероятность события, условная вероятность, случайная величина, функция и закон распределение случайной величины) (3.1.10)
- основные понятия математической статистики (генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее, выборочная дисперсия, статистическая гипотеза, критерий согласия) (3.1.11).

уметь:

- исследовать системы линейных уравнений на совместность и находить их решения (У.1.1);
- находить фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений (У.1.2);
- применять понятия и методы векторной алгебры при решении прикладных задач (У.1.3);
- находить уравнения кривых и поверхностей, использовать их при решении математических и физических задач (У.1.4);
- устанавливать границы применимости методов; уметь проверять решения (У.1.5)
- находить предел функции (У.1.6);
- дифференцировать и интегрировать (У.1.7);
- находить общее решение основных типов дифференциальных уравнений первого порядка (У.1.8);
- находить общее решение линейных дифференциальных уравнений порядка n (У.1.9);
- применять дифференциальные уравнения при решении прикладных задач (У.1.10);

- исследовать числовой ряд на сходимость, находить область сходимости функционального ряда, разлагать функцию в степенной ряд и ряд Фурье (У.1.11);
- применять понятия и методы математического анализа при решении прикладных задач (У.1.12);
- находить вероятности случайных событий (У.1.13);
- находить числовые характеристики случайных величин (У.1.14);
- строить доверительные интервалы для параметров законов распределения генеральных совокупностей (У.1.17).

владеть:

- методами решений систем линейных уравнений (В. 1.1);
- навыками работы со свободными векторами (В.1.2);
- методами решений задач дифференциального и интегрального исчисления (В.1.3);
- методами интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка (В.1.4);
- методами интегрирования дифференциальных уравнений высших порядка (В.1.5);
- методами гармонического анализа (В.1.6);
- навыками количественного анализа случайных явлений (В.1.7);
- навыками обработки статистических данных (В.1.8);
- методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов (В.1.9).

В процессе освоения дисциплины у студентов развиваются следующие **общекультурные и профессиональные компетенции:**

1. Универсальные (общекультурные):

- способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь;
- способность оформлять, представлять и докладывать результаты выполненной работы;
- стремление к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства;
- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

2. Профессиональные:

- готовность к самостоятельной работе;
- способность и готовность решать проблемы, брать на себя ответственность;

- знать основные положения, законы и методы естественных наук; способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат;
- готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность;
- способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Аннотированное содержание разделов дисциплины:

I семестр

1. Элементы линейной алгебры.

1.1. Матрицы: определение, линейные операции над матрицами и их свойства, умножение и транспонирование матриц.

1.2. Определители: определение, свойства, теорема Лапласа и ее следствия.

1.3. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований. Теорема о базисном миноре. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.

1.4. Системы линейных уравнений: основные понятия и определения, критерий совместности и критерий определенности системы.

1.5. Методы решения систем линейных уравнений: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса.

1.6. Однородные системы. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.

Практические занятия по разделу 1.

1.1. Матрицы и действия над ними.

1.2. Определители. Вычисление определителей порядка n .

1.3. Системы линейных уравнений. Матричный метод, метод Крамера.

1.4. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Метод Гаусса.

1.5. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.

1.6. Контрольная работа

2. Векторная алгебра. Элементы теории линейных пространств и линейных операторов.

2.1. Аксиоматическое определение линейного пространства. Примеры конкретных линейных пространств (линейное пространство матриц, линейное

пространство свободных векторов, арифметическое n -мерное линейное пространство). Теоремы, вытекающие из определения линейного пространства. Линейное подпространство.

2.2. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства свободных векторов. Теорема о базисе.

2.3. Координаты вектора. Проекция вектора на ось и геометрический смысл координат свободного вектора в декартовом прямоугольном базисе. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса.

2.4. Простейшие задачи векторной алгебры (нахождение координат вектора, длина вектора, направляющие косинусы вектора и орт вектора, деление отрезка в заданном отношении).

2.5. Векторное и смешанное произведения векторов. Двойное векторное произведение векторов.

2.6. Векторное, смешанное произведения векторов и определитель Грама.

2.7. Основные задачи векторной алгебры.

2.8. Понятие оператора линейного пространства. Линейные операторы. Линейные операторы в конечномерных пространствах: матрица линейного оператора, связь матриц оператора в разных базисах.

2.9. Собственные и присоединенные векторы линейного оператора. Теорема Жордана.

Практические занятия по разделу 2.

2.1. Линейные пространства и подпространства. Свободные векторы и линейные операции над векторами.

2.2. Простейшие задачи векторной алгебры. Скалярное произведение векторов.

2.3. Векторное произведения векторов. Двойное векторное произведение векторов.

2.4. Смешанное произведения векторов. Определитель Грама.

2.5. Основные задачи векторной алгебры. Определение основных характеристик треугольника методами векторной алгебры.

2.6. Основные задачи векторной алгебры. Определение основных характеристик тетраэдра методами векторной алгебры.

2.7. Линейный оператор. Собственные числа и собственные векторы.

2.8. Собственные и присоединенные векторы линейного оператора. Жорданова форма матриц.

2.9. Контрольная работа

3. Аналитическая геометрия.

3.1. Понятие линий и поверхностей. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости.

3.2. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнений плоскостей. Взаимное расположение плоскостей.

3.3. Прямая в пространстве. Приведение общего уравнения прямой в пространстве к каноническому виду. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

3.4. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола; их геометрические свойства, уравнения и построение.

3.5. Полярная система координат. Уравнения кривых второго порядка в полярной системе координат.

3.6. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конус, цилиндрические поверхности; их канонические уравнения и геометрические свойства.

Практические занятия по разделу 3.

3.1. Прямая на плоскости.

3.2. Плоскость в пространстве.

3.3. Прямая в пространстве. Плоскость и прямая в пространстве.

3.4. Кривые второго порядка: приведение пятичленного уравнения кривой второго порядка к каноническому виду, построение кривых.

3.5. Контрольная работа

3.6. Поверхности второго порядка.

Коллоквиум

4. Введение в анализ.

4.1. Предмет математического анализа. Понятие функции. Способы задания функции. Классификация элементарных функций.

4.2. Числовая последовательность как частный случай функции. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число e . Бесконечно большие последовательности.

4.3. Предел функции в точке. Определение по Коши, по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы. Свойства пределов функций. Замечательные пределы. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символы o , O

4.4. Непрерывность функций в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса и Коши. Следствия (об ограниченности, промежуточных значениях, о существовании нуля).

Практические занятия по разделу 4.

4.1. Полярная система координат

4.2. Комплексные числа

4.3. Числовые последовательности.

4.4. Предел числовой последовательности.

4.5. Предел функции. Раскрытие неопределенностей вида ∞/∞ .

4.6. Замечательные пределы. Неопределенности вида $0/0$, $0 \cdot \infty$, 1^∞ .

4.7. Исследование функций на непрерывность. Точки разрыва, их классификация.

4.8. Контрольная работа

5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

5.1. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Односторонняя производная. Необходимое условие существования производной. Геометрический и физический смыслы производной. Касательная и нормаль к кривой. Правила дифференцирования, производная обратной функции. Таблица производных. Производная неявной функции и функции, заданной параметрически.

5.2. Дифференцируемость функции. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Дифференциал функции, его геометрический смысл.

5.3. Производная и дифференциал высших порядков. Инвариантность формы первого дифференциала и неинвариантность формы второго дифференциала. Формула Лейбница вычисления производной n -го порядка произведения двух функций.

5.4. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $(0/0)$, (∞/∞) .

5.5. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: возрастание и убывание функции, экстремумы функции, выпуклость, вогнутость, точки перегиба, асимптоты графика функции.

5.6. Приближение функций. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций по формулам Маклорена. Оценка погрешностей при асимптотическом представлении функций.

Практические занятия по разделу 5.

5.1. Дифференцирование функций, заданных явно и неявно.

5.2. Производные высших порядков. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

5.3. Приложения производной и дифференциала. Правило Лопиталя.

5.4. Экстремумы функций. Наибольшее и наименьшее значение функции.

5.5. Выпуклость и вогнутость графика функции. Асимптоты кривой.

5.6. Полное исследование функции

5.7. Контрольная работа

6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

6.1. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Свойства пределов.

6.2. Частные производные. Геометрический смысл частных производных. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных частных производных.

6.3. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков.

6.4. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных. Неявные функции. Теорема существования. Производная неявной функции.

6.5. Формула Тейлора функций двух переменных.

6.6. Экстремум функций n переменных. Необходимые условия. Достаточные условия. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных.

6.7. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент.

Практические занятия по разделу 6.

6.1. ФНП (область определения, предел, непрерывность).

6.2. Частные производные. Касательная и нормаль.

6.3. Дифференцирование сложной и неявной функции. Дифференциал функции, его использование в приближенных вычислениях.

6.4. Экстремум ФНП.

6.5. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции.

6.6. Скалярное поле и его характеристики.

6.7. Контрольная работа

II семестр

7. Неопределенный интеграл.

7.1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица интегралов. Методы интегрирования подстановкой и по частям.

7.2. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение неправильной дроби на многочлен и правильную дробь. Разложение правильной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций.

7.3. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Практические занятия по разделу 7.

7.1. Непосредственное интегрирование. Внесение под знак дифференциала

7.2. Замена переменной, интегрирование по частям

7.3. Интегрирование рациональных дробей

7.4. Интегрирование тригонометрических функций

7.5. Интегрирование некоторых алгебраических иррациональностей

7.6. Контрольная работа

8. Определенный интеграл.

8.1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

8.2. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей, длины дуги, объема тела вращения в различных системах координат. Приложения определенного интеграла в механике.

8.3. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость. Понятие главного значения несобственного интеграла.

8.4. Интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование интеграла по параметру.

8.5. Эйлеровы интегралы II-го рода (Гамма-функция). Эйлеровы интегралы I-го рода (Бета-функция).

Практические занятия по разделу 8.

8.1. Нахождение определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница

8.2. Приложения определенного интеграла

8.3. Приложения определенного интеграла

8.4. Несобственные интегралы

8.5. Сравнение несобственных интегралов

8.6. Интегралы, зависящие от параметра

8.7. Контрольная работа

9. Интегральное исчисление функции нескольких переменных.

9.1. Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение двойного интеграла, достаточные условия его существования. Свойства двойных интегралов. Вычисление двойного интеграла.

9.2 Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан перехода. Двойной интеграл в полярной системе координат.

9.3. Тройной интеграл: определение, свойства, вычисление.

9.4. Замены переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической и сферической системе координат.

9.5. Приложения кратных интегралов в геометрии и в механике.

9.6. Криволинейные интегралы I рода: определение, свойства, вычисление, геометрические и физические приложения.

9.5. Криволинейный интеграл II-го рода (по координатам): определение, свойства, вычисление. Задача о работе силового поля по криволинейной траектории. Приложения криволинейных интегралов II рода.

9.6. Формула Грина. Криволинейные интегралы II рода, не зависящие от пути интегрирования (плоский случай). Интегрирование полных дифференциалов. Связь криволинейных интегралов I и II рода.

9.7. Поверхностные интегралы I рода: определение, свойства, вычисление, геометрические и физические приложения.

9.8. Поверхностные интегралы II рода: определение свойства, вычисление.

9.10. Формула Остроградского-Гаусса.

9.11. Формула Стокса. Связь поверхностных интегралов I и II рода.

Практические занятия по разделу 9.

9.1. Двойной интеграл в декартовой системе координат

9.2. Замена переменных в двойном интеграле

9.3. Тройной интеграл в декартовой системе координат

9.4. Замена переменных в тройном интеграле

9.5. Криволинейные интегралы I рода

- 9.6. Криволинейные интегралы II рода
- 9.7. Поверхностные интегралы I рода
- 9.8. Контрольная работа
- 9.9. Поверхностные интегралы II рода
- 9.10. Формула Остроградского – Гаусса, формула Стокса

10. Теория поля.

- 10.1. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент.
- 10.2. Векторные поля. Векторные линии. Поток, дивергенция, циркуляция, ротор, их гидродинамический смысл.
- 10.3. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса в векторной форме, их смысл.
- 10.4. Криволинейные интегралы II рода, не зависящие от пути интегрирования (пространственный случай).
- 10.5. Простейшие векторные поля. Потенциальное поле, свойства, нахождение потенциала. Соленоидальное поле, его свойства, понятие векторной трубки. Гармоническое поле, его свойства.
- 10.6. Гармоническая функция. Векторные дифференциальные операции 1-го и 2-го порядка. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа. Дифференциальные векторные операции первого и второго порядка в криволинейных координатах.

Практические занятия по разделу 10.

- 10.1. Элементы теории поля
- 10.2. Элементы теории поля

11. Дифференциальные уравнения первого порядка.

- 11.1. Определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения, решение дифференциального уравнения, задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, их геометрический смысл.
- 11.2. Уравнения с разделяющимися переменными.
- 11.3. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
- 11.4. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли.
- 11.5. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
- 11.6. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения.

Практические занятия по разделу 11.

- 11.1. Уравнения с разделяющимися переменными
- 11.2. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным
- 11.3. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.
- 11.4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
- 11.5. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
- 11.6. Контрольная работа

12. Дифференциальные уравнения высших порядков

12.1. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия, задача Коши, теорема существования и единственности решения. Уравнения, допускающие понижение порядка.

12.2. Линейные дифференциальные операторы. Свойства. Линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) высших порядков: определение, свойства решений.

12.3. Линейно зависимые и независимые системы функций. Определители Вронского и Грамма. Формула Лиувилля-Остроградского. Фундаментальная система решений ЛОДУ. Теорема об общем решении ЛОДУ.

12.4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ): определение, свойства решений, структура общего решения, метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).

12.5. Замена переменных в линейных уравнениях. Формула Абеля.

12.6. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.

12.7. ЛНДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.

Практические занятия по разделу 12.

12.1. Уравнения порядка n , допускающие понижение порядка.

12.2. Линейные однородные дифференциальные уравнения порядка n с постоянными и переменными коэффициентами.

12.3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения порядка n : метод вариации постоянных.

12.4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

12.5. Контрольная работа

12.6. Применение дифференциальных уравнений при решении геометрических и физических задач.

III семестр

13. Числовые и функциональные ряды.

13.1. Числовые ряды: основные определения и свойства. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Обобщенный гармонический ряд.

13.2. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный.

13.3. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Оценка остатка ряда.

13.4. Понятие функционального ряда. Область сходимости и сумма функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.

13.5. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Применение степенных рядов.

13.6. Понятие о рядах Фурье. Обобщенный ряд Фурье. Тригонометрический ряд Фурье.

13.7. Основная лемма гармонического анализа. Теорема Дирихле.

13.8. Разложение в ряд Фурье четной и нечетной функции. Ряд Фурье функций, заданных на половинном промежутке. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом.

Практические занятия по разделу 13.

13.1. Основные понятия числовых рядов. Исследование сходимости рядов с помощью признаков сравнения.

13.2. Исследование сходимости рядов с помощью признаков Даламбера, Коши, интегрального.

13.3. Знакопередающиеся ряды.

13.4. Функциональные ряды.

13.5. Степенные ряды.

13.6. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена.

13.7. Приложения рядов Тейлора и Маклорена.

13.8. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье четной и нечетной функции.

13.9. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом.

13.10. Контрольная работа

14. Функция комплексного переменного.

14.1. Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел. Элементарные функции комплексной переменной. Области на комплексной плоскости. Отображения. Предел и непрерывность функций комплексной переменной.

14.2. Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши - Римана. Понятие и свойства аналитической функции. Гармонические функции. Определение аналитической функции по вещественной или мнимой части.

14.3. Определение интеграла по комплексной переменной и его свойства. Интегрирование аналитических функций. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.

14.4. Числовые ряды в комплексной плоскости. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.

14.5. Изолированные особые точки и их классификация. Ряд Лорана функции в окрестности ее особой точки. Бесконечно удаленная особая точка, ряд Лорана в окрестности ∞ .

14.6. Понятие вычета аналитической функции относительно изолированной особой точки. Связь вычетов с коэффициентами ряда Лорана. Нахождение вычетов относительно простых и кратных полюсов, существенно особых точек.

Вычет относительно ∞ . Основная теорема о вычетах. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры.

14.7. Вычисление с помощью вычетов контурных интегралов от функций комплексного переменного. Использование вычетов для нахождения некоторых определенных и несобственных интегралов. Лемма Жордана.

14.8. Понятие конформного отображения. Конформные отображения задаваемые аналитическими функциями. Примеры: линейная функция, дробно-рациональная функция, функция Жуковского, показательная функция, тригонометрические и гиперболические функции.

Практические занятия по разделу 14.

14.1. Комплексные числа и действия над ними

14.2. Предел последовательности комплексных чисел. Предел и непрерывность функции комплексного переменного

14.3. Дифференцирование функций комплексного переменного

14.4. Интегрирование функций комплексного переменного

14.5. Контрольная работа

14.6. Ряды в комплексной плоскости

14.7. Степенные ряды и ряды Лорана

14.8. Разложение в ряд Лорана

14.9. Нахождение вычетов

14.10. Вычет в бесконечно удаленной точке.

14.11. Применение вычетов к вычислению контурных интегралов

14.12. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Интегралы Бромвича-Вагнера.

14.13. Контрольная работа

14.14. Конформные отображения

Коллоквиум

15. Случайные события.

15.1. Элементы комбинаторики. Принцип сложения. Принцип умножения. Размещения, сочетания, перестановки.

15.2. Основные понятия теории вероятностей: опыт, событие, вероятность события. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Алгебра событий.

15.3. Различные определения вероятности: классическое, геометрическое, статистическое, аксиоматическое. Их преимущества и недостатки. Относительная частота и ее устойчивость. Основные свойства вероятности.

15.4. Основные теоремы теории вероятностей: теорема сложения и теорема умножения. Условная вероятность. Независимые события.

15.5. Формула полной вероятности, формула Байеса.

15.6. Повторные независимые события. Схема Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

Практические занятия по разделу 15.

15.1. Элементы комбинаторики.

15.2. Алгебра событий. Вероятность события.

15.3. Условная вероятность. Сложение и умножение вероятностей.

15.4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

15.5. Схема Бернулли. Формула Пуассона. Теоремы Лапласа.

15.6. Контрольная работа

16. Случайные величины.

16.1. Дискретные случайные величины: определение и примеры. Закон распределения случайных величин. Функция распределения и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины на заданный участок.

16.2. Непрерывные случайные величины: определение и примеры. Плотность распределения и ее свойства. Связь плотности распределения и функции распределения.

16.3. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана. Основные свойства числовых характеристик.

16.4. Законы распределения случайных величин: биномиальное распределение, распределение Пуассона, равномерное распределение, показательное распределение, нормальное распределение.

16.5. Закон больших чисел. Неравенство и теорема Чебышева. Теорема Бернулли.

16.6. Двумерная случайная величина. Ее функция распределения. Закон распределения двумерной случайной величины. Плотность распределения непрерывной двумерной случайной величины. Законы распределения случайных величин, входящих в систему. Условные законы распределения. Условное математическое ожидание. Зависимые и независимые случайные распределения. Коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость случайных величин.

Практические занятия по разделу 16.

16.1. Дискретные случайные величины. Ряд распределения и функция распределения, числовые характеристики.

16.2. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения, числовые характеристики.

16.3. Законы распределения случайных величин: биномиальное, Пуассона, равномерное, потенциальное, нормальное.

16.4. Закон распределения двумерной случайной величины. Условный закон распределения.

16.5. Контрольная работа

17. Элементы математической статистики.

17.1. Цели и задачи математической статистики. Основы статистического описания. Выборка. Гистограмма и полигон частот.

17.2. Эмпирическое распределение. Точечные оценки. Выборочные характеристики. Интервальные оценки. Нахождение законов распределения случайных величин на основе опытных данных.

17.3. Линии регрессии. Корреляция.

17.4. Статистическая проверка гипотез. Критерии согласия: критерий Колмогорова, критерий χ^2 . Уровень значимости.

Практические занятия по разделу 17.

17.1. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма

17.2. Точечные оценки. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Метод произведений вычисления выборочной средней и дисперсии.

17.3. Криволинейная корреляция. Выборочный коэффициент корреляции

17.4. Проверка гипотезы о виде распределения

17.5. Контрольная работа

IV семестр

18. Операционное исчисление. Преобразование Фурье.

18.1. Оригинал и его изображение. Свойства преобразования Лапласа. Нахождение изображения непрерывных и кусочно-непрерывных оригиналов. Свертка функций и ее изображение.

18.2. Восстановление оригинала по его изображению. Гамма и бета функции.

18.3. Решение линейных дифференциальных уравнений операционным методом. Формула Дюамеля.

18.4. Дискретное преобразование Лапласа, решение разностных уравнений.

18.5. Интеграл Фурье и его свойства.

18.6. Преобразование Фурье. Косинус и синус преобразования Фурье. Свойства преобразования Фурье.

Практические занятия по разделу 18.

18.1. Нахождение изображения функции по Лапласу.

18.2. Восстановление оригинала по изображению

18.3. Решение линейных дифференциальных уравнений операционным методом

18.4. Решение линейных дифференциальных уравнений с использованием формулы Дюамеля.

18.5. Решение систем линейных дифференциальных уравнений и интегральных уравнений операционным методом

18.6. Дискретное преобразование Лапласа: нахождение изображений

18.7. Дискретное преобразование Лапласа: нахождение изображений разностей и сумм. Восстановление оригиналов.

18.8. Решение разностных уравнений

18.9. Представление функции интегралом Фурье. Преобразование Фурье.

18.10. Контрольная работа

19. Элементы функционального анализа. Дополнительные главы линейной алгебры.

19.1. Понятие оператора линейного пространства. Векторы, базис линейного пространства. Линейные операторы. Линейные операторы в конечномерных пространствах. Матрица линейного оператора.

19.2. Линейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Преобразования базиса. Тензоры.

19.3. Собственные и присоединенные векторы линейного оператора. Теорема Жордана. Каноническая форма линейного оператора.

19.4. Метрические пространства. Сходимость в метрическом пространстве.

19.5. Непрерывные отображения метрических пространств. Сжимающие отображения.

19.6. Линейные функционалы. Нормированные пространства.

Практические занятия по разделу 19.

19.1. Линейный оператор. Собственные числа и собственные векторы.

19.2. Собственные и присоединенные векторы линейного оператора. Жорданова форма матриц.

19.3. Метрические пространства. Сходимость в метрическом пространстве. Метрика

19.4. Линейные функционалы. Нормированные пространства. Норма.

19.6. Контрольная работа

20. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений (дополнительные главы).

20.1. Определение дифференциального уравнения. Задача Коши для уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Приложение метода сжимающих отображений к доказательству теоремы существования и единственности для уравнений первого порядка.

20.2. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений: нормальная система, начальные условия, задача Коши, теорема существования и единственности. Приложение метода сжимающих отображений к доказательству теоремы существования и единственности для нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

20.3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод исключения.

20.4. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений: свойства решений, фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения.

20.5. Системы линейных неоднородных уравнений: свойства решений, метод вариации постоянных (метод Лагранжа). Теорема о структуре общего решения.

20.6. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Символический (операторный) метод. Матричный метод.

20.7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод неопределенных коэффициентов.

20.8. Системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами: свойства решений, матрица монодромии.

20.9. Определения понятия устойчивости решения дифференциального уравнения. Асимптотическая устойчивость.

20.10. Точки покоя автономной системы. Фазовые траектории (*иметь представление*).

20.11. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

20.12. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Метод характеристик. Общее решение, задача Коши.

Практические занятия по разделу 20.

20. 1. Системы дифференциальных уравнений (метод исключений).

20. 2. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений. Символический (операторный) метод. Матричный метод.

20. 3. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.

20. 4. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа.

20.5. Понятие устойчивости решения дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений. Точки покоя автономной системы. Фазовые траектории.

20.6. Уравнения в частных производных первого порядка.

20.7. Применение метода интегральных преобразований к интегрированию уравнений в частных производных и систем ОДУ.

20.8. Контрольная работа

4.2. Структура дисциплины по разделам и формам организации обучения приведена в таблице 1.

Таблица 1.

Структура дисциплины

по разделам и формам организации обучения

Название раздела	Аудиторная работа (час)		СРС (час)	Колл, контр. раб.	Итого
	Лекции	Практ. занятия			
1. Элементы линейной алгебры	12	10	20	2	44
2. Векторная алгебра. Элементы теории линейных пространств и линейных операторов	20	16	34	2	72
3. Аналитическая геометрия	14	10	22	2	48

4. Введение в анализ	12	14	24	2	52
5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	14	12	24	2	52
6. Дифференциальное исчисление функции n переменных	14	14	26	2	56
7. Неопределенный интеграл	6	10	16	2	34
8. Определенный интеграл	12	12	22	2	48
9. Интегральное исчисление функции n переменных	20	18	36	2	76
10. Теория поля	10	4	12		26
11. Дифференциальные уравнения первого порядка.	10	10	18	2	40
12. Дифференциальные уравнения высших порядков	14	10	22	2	48
13. Числовые и функциональные ряды	16	18	32	2	68
14. Функция комплексного переменного	16	26	42	2	86
15. Случайные события.	12	10	20	2	44
16. Случайные величины.	12	8	18	2	40
17. Элементы математической статистики.	8	8	16	2	34
18. Операционное исчисление. Преобразование Фурье.	12	18	28	2	60
19. Элементы функционального анализа. Дополнительные главы линейной алгебры.	12	10	20	2	44
20. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений (дополнительные главы).	24	14	28	2	68
Итого	272	250	480	38	1040

4.3. Распределение компетенций по разделам дисциплины

Распределение по разделам дисциплины планируемых результатов обучения по основной образовательной программе, формируемых в рамках данной дисциплины и указанных в пункте 3 приведено в таблице 2

Таблица 2.

Распределение по разделам дисциплины планируемых результатов обучения

Формируемые компетенции	Разделы дисциплины																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3.1.1	+																			
3.1.2		+																		
3.1.3		+	+																	+
3.1.4			+																	
3.1.5				+	+	+	+	+	+	+										
3.1.6											+	+								+
3.1.7													+							
3.1.8														+						
3.1.9																		+		
3.1.10															+	+				
3.1.11																	+			
У.1.1	+																			
У.1.2	+																			+
У.1.3		+																		
У.1.4			+																	
У.1.5																+		+		+
У.1.6				+																
У.1.7					+	+	+													
У.1.8											+									+
У.1.9												+								+
У.1.10											+	+								+
У.1.11													+	+				+		
У.1.12														+					+	
У.1.13															+	+	+			
У.1.14																	+			
У.1.15																	+			
В.1.1	+																			
В.1.2		+																		
В.1.3		+																		
В.1.4					+	+	+	+												
В.1.5											+									
В.1.6												+								
В.1.7															+	+				
В.1.8															+	+	+			
В.1.9											+						+			+

5. Образовательные технологии

Достижение планируемых результатов освоения дисциплины обеспечивается образовательными технологиями, сочетание которых приведено в таблице 3.

Таблица 3.

Методы и формы организации обучения (ФОО)

Методы \ ФОО	Лекц.	Пр. зан.	СРС
IT-методы	+		+
Дискуссия	+	+	
Работа в команде		+	
Обучение на основе опыта		+	+
Опережающая самостоятельная работа		+	+
Поисковый метод			+
Исследовательский метод		+	+

6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Самостоятельную работу студентов (СРС) можно разделить на текущую и творческую.

Текущая СРС – работа с лекционным материалом, подготовка к практическим занятиям; опережающая самостоятельная работа; выполнение домашних заданий; изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку; подготовка к контрольной работе, зачету и экзамену.

Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР) – предполагает самостоятельное изучение студентами некоторых тем, не предусмотренных лекционными занятиями; решение задач, выходящих за рамки одного раздела; участие в студенческих олимпиадах.

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине

В процессе изучения дисциплины студенты выполняют индивидуальные домашние задания и теоретические упражнения по темам:

1. Элементы линейной алгебры
2. Векторная алгебра. Элементы теории линейных пространств и линейных операторов
3. Аналитическая геометрия
4. Введение в анализ
5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

6. Дифференциальное исчисление функции n переменных
7. Неопределенный интеграл
8. Определенный интеграл
9. Интегральное исчисление функции n переменных
10. Теория поля
11. Дифференциальные уравнения первого порядка.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков
13. Числовые и функциональные ряды
14. Функция комплексного переменного
15. Случайные события.
16. Случайные величины.
17. Элементы математической статистики.
18. Операционное исчисление. Преобразование Фурье.
19. Элементы функционального анализа. Дополнительные главы линейной алгебры.
20. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений (дополнительные главы).

6.3 Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Самоконтроль проводится с использованием списка вопросов, предлагаемых для подготовки к экзамену.

Рубежный контроль проводится в виде контрольных работ по теоретической и практической части.

По результатам текущего и рубежного контроля формируется допуск студента к экзамену. Экзамен проводится в письменной форме и оценивается преподавателем.

6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для самостоятельной работы студентов используются указанная в 8 учебно-методическая литература, сетевые образовательные ресурсы, представленные в портале ТПУ, в среде Web CT.

7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения дисциплины

Текущий и итоговый контроль оценки качества освоения дисциплины осуществляется на основе рейтинг-плана в котором в соответствии с учебным и календарным планами указаны все формы отчетности.

Текущий контроль предполагает:

проверку домашних и индивидуальных заданий;

контрольные работы по каждому разделу дисциплины.

Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ.

Для получения итоговой оценки качества освоения дисциплины проводится экзамен. Экзаменационный билет содержит 6 заданий (теоретического и практического характера) на выполнение которых студенту отводится 2 часа. Для проведения экзамена в каждом семестре предлагается список вопросов и теоретических упражнений.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

• основная литература:

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. *Краткий курс математического анализа*. - М. Наука 1971 .
2. Пискунов Н.С. *Дифференциальное и интегральное исчисление* (в 2-х томах). - М. Наука, 1985.
3. Фихтенгольц Г.М. *Основы математического анализа* (в 2-х томах).- М. Наука, 1964 (т.1), 1968 (т.2 .).
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Методы теории функций комплексного переменного*. — М.: Наука, 1973.
5. Берман Г.Н. *Сборник задач по курсу математического анализа*. – М.: Наука, 1971.
6. Демидович Б.П. *Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов*. – М.: Наука, 1978.
7. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. *Функция комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости*. – М.: Наука, 1971.
8. Кузнецов Л.А. *Сборник индивидуальных заданий по курсу высшей математики*. – М. Наука, 1964.
9. Терехина Л.И., Фикс И.И. *Высшая математика, часть 2. Предел, непрерывность, производная, приложения производной, функции нескольких переменных. Учебное пособие*. — Томск, ТПУ, 2002, - 180 с.
10. Терехина Л.И., Фикс И.И. *Высшая математика, часть 3. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Кратные интегралы. Теория поля. Учебное пособие*. – Томск, ТПУ, 2002. – 252 с.

11. Терехина Л.И., Фикс И.И. Высшая математика, часть 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Функции комплексного переменного. Операционный метод. Учебное пособие. – Томск, ТПУ, 2002, - 262 с.
12. Зальмеж В.Ф., Задорожный В.Н., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. *Высшая математика для технических университетов. IV. Ряды.* – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 343 с.
13. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. *Высшая математика для технических университетов. V. Дифференциальные уравнения / Учебное пособие.* (Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов ВУЗов, обучающихся по направлению 073000 – Прикладная математика). Томск: изд-во ТПУ, 2011, 392 с.
14. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. *Высшая математика для технических университетов. II. Аналитическая геометрия / Учебное пособие.* (Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов ВУЗов, обучающихся по направлению 073000 – Прикладная математика). Томск: изд-во ТПУ, 2011, 398 с.
15. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. *Высшая математика для технических университетов. II. Аналитическая геометрия / Учебное пособие.* (Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов ВУЗов, обучающихся по направлению 073000 – Прикладная математика). Томск: изд-во ТПУ, 2010, 398 с.
16. Крицкий О.Л., Михальчук А.А., Трифонов А.Ю., Шинкеев М.Л. *Теория вероятностей и математическая статистика для технических университетов. I. Теория вероятностей / Учебное пособие.* — Томск: изд-во ТПУ, 2010. 212 с.
17. Багров В.Г., Белов В.В., Задорожный В.Н., Трифонов А.Ю. *Методы математической физики. Т.1. Основы комплексного анализа. Элементы вариационного исчисления и теории обобщенных функций.* – Томск: Изд-во ТТЛ, 2002. – 672 с.

• дополнительная литература:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. - М. Наука, 1985.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Основы математического анализа* (в 2-х томах).- М. Наука, 1971 (т.1), 1973 (т.2).
3. Свешиков А.Г., Тихонов А.Н. *Теория функций комплексного переменного.*— М.: Наука, 1974.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. *Высшая математика в упражнениях и задачах.* – М.: Высшая школа, 1980.
5. Каплан И.А. *Практические занятия по высшей математике* (в 3-х томах). – Харьков: Изд-во ХГУ, т. 1 – 1965.

- программное обеспечение и *Internet*-ресурсы:

Web-ресурсы:

<http://www.etudes.ru/> – «Математические этюды»

<http://www.exponenta.ru> – Математический интернет-журнал «Exponenta»

<http://www.allmath.ru> – Математический интернет-портал «Вся математика»

<http://www.ctve.ru> – Интернет-сайт Центра образовательных коммуникаций и тестирования профессионального образования

<http://portal.tpu.ru:7777/departments/otdel/publish/catalog/method> – Интернет-сайт ТПУ, каталог учебно-методических изданий.

Учебно-методические материалы, размещенные на персональных сайтах преподавателей кафедры ВМ и ВММФ в корпоративном портале ТПУ.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия проводятся в аудиториях, оснащенных мультимедийной техникой (компьютер, проектор, экран).

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по техническим направлениям.

Программа одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 1 от «28» августа 2014 г.).

Программа одобрена на заседании кафедры высшей математики и математической физики (протокол № 178 от «29» августа 2014 г.).

Авторы:

профессор каф. ВММФ

доцент каф. ВМ

_____ Трифонов А.Ю.

_____ Пахомова Е.Г.

Рецензент:

Зав. каф. теоретической физики ТГУ,

профессор _____ Шаповалов А.В.