Домашнее задание по теме: «Уравнения в полных дифференциалах»

Найти общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения[1]:

1) $(2xy+3y^2)dx+(x^2+6xy-2y)dy=0$. **Ответ**: $x^2y+3y^2x-y^2=C$.

2) $\dfrac{y+\sin x\cos^2 xy}{\cos^2 xy}dx+\left(\dfrac{x}{\cos^2 xy}+\sin y\right)dy=0$.

Ответ: $tgxy-\cos x-\cos y=C$.

3) $\left(\ln x-2\dfrac{y^3}{x^3}\right)dx+3\dfrac{y^2}{x^2}dy=0$. **Ответ**: $x\ln x-x+\dfrac{y^3}{x^2}=C$.

4) $\dfrac{dx}{y}-\left(\dfrac{x}{y^2}+1\right)dy=0$. **Ответ**: $\dfrac{x}{y}-y=C$.

5) $xy'-2x^2\sqrt{y}=4y$. **Ответ**: $y=x^4(C+\ln|x|)^2$, $y=0$.

6) $y'x+y=x^3\ln x$. **Ответ**: $y=\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{x^4\ln x}{4}-\dfrac{x^4}{16}+C\right)$.

7) $\dfrac{dx}{\cos^2 x\cos y}=-ctgx\sin ydy$. **Ответ**: $tg^2x+C=\cos^2 y$

$$\Rightarrow\quad y=\pm\arccos\left(\pm\sqrt{\mathrm{tg}^2\, x+C}\right)+2\pi k,\quad k\in\mathbb{Z}.$$

8) $(x^2+3y^2)xdx+(y^2+3x^2)ydy=0$. **Ответ**: $x^4+6x^2y^2+y^4=C$.

---

[1] Среди уравнений присутствуют не только уравнения в полных дифференциалах. Имеются также уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения и уравнения Бернулли.