

Домашнее задание по теме: «Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения»

1) $3 \operatorname{tg} y dx - 2x \ln x dy = 0$.

Ответ: $\sin^2 y = C \ln^3 x \Rightarrow y = \pm(-1)^k \arcsin \sqrt{C \ln^3 x} + \pi k$.

2) $y' = \frac{y^2 - 2y}{2x}$.

Ответ: $\frac{y-2}{y} = Cx \Rightarrow y = \frac{2}{1-Cx}$.

3) $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0$.

Ответ: $x - 2\sqrt{x} + 2\ln(\sqrt{x} + 1) + y + 2\sqrt{y} + 2\ln|\sqrt{y} - 1| = C$,
 $\Rightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 \cdot (\sqrt{y} - 1)^2 = Ce^{2\sqrt{x} - 2\sqrt{y} - x - y}$.

4) $\sqrt{y^2 + 1}dx - xydy = 0$.

Ответ: $\sqrt{y^2 + 1} = \ln|x| + C \Rightarrow y = \pm\sqrt{(\ln|x| + C)^2 - 1}, x = 0$.

5) $y' + \frac{x+y}{x+2y} = 0$.

Ответ: $1 + 2\frac{y}{x} + 2\frac{y^2}{x^2} = \frac{C}{x^2}, C \neq 0 \Rightarrow x^2 + 2xy + 2y^2 = C, C \neq 0$.

6) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$.

Ответ: $e^{-y/x} = \ln|x| + C \Rightarrow y = -x \cdot \ln(C + \ln|x|)$.

7) $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$.

Ответ: $2\sqrt{\frac{y}{x}} = \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C$,

$\Rightarrow y = x(0,5 \cdot \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C)^2, x = 0, y = 0$.

8) $xy'(\ln y - \ln x + 4) = y\left(\ln \frac{y}{x} + 5\right)$.

Ответ: $\left[\ln\left(\frac{y}{x}\right) + 4\right]^2 = C + 2\ln|x| \Rightarrow y = x \cdot e^{\pm\sqrt{C + \ln(x^2)} - 4}$.