

Домашнее задание по теме: «Приложения определенного интеграла №2»

1) № 2523.

Найдите длину дуги линии $y = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$ от $x = a$ до $x = b$.

$$\text{Ответ: } \ln\left(\frac{e^{2b} - 1}{e^{2a} - 1}\right) - b + a.$$

2) № 2545.

Найдите длину дуги гиперболической спирали $r\varphi = 1$ от $\varphi_1 = 3/4$ до $\varphi_2 = 4/3$.

$$\text{Ответ: } 5/12 - \ln(2/3).$$

3) № 2538.

Найдите длину петли линии $x = t^2$, $y = t - \frac{1}{3} \cdot t^3$.

$$\text{Ответ: } 4\sqrt{3}.$$

4) № 2560.

Цепная линия $y = \operatorname{ch} x$ вращается вокруг оси Ox . Получается поверхность, называемая *катеноидом*. Найдите объем тела, ограниченного катеноидом и плоскостями $x = a$, $x = b$ ($a < b$).

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{4} \left(\frac{e^{2b} - e^{2a}}{2} - \frac{e^{-2b} - e^{-2a}}{2} + 2(b - a) \right).$$

5) Окружность $(x - a)^2 + y^2 = r^2$ ($0 < r < a$) вращается вокруг оси Oy . Получается поверхность, называемая *тором*. Найдите объем тора.

$$\text{Ответ: } 2\pi^2 r^2 a.$$

6) № 2584.

Найдите объем тела, ограниченного параболоидом $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и конусом $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2$.

$$\text{Ответ: } 8\pi.$$

7) Найдите объем тела, получаемого при вращении астроида $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ вокруг оси Ox .

$$\text{Ответ: } \frac{32a^3\pi}{105}.$$