

УПРАЖНЕНИЯ
по теме «Неопределенный интеграл»

1. При каком условии интеграл $\int \frac{ax^2 + bx + c}{x^3(x-1)^2} dx$ представляет собой рациональную функцию?

2. При каком условии интеграл $\int \frac{Ax^2 + Bx + C}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$ ($a \neq 0$) представляет собой алгебраическую функцию?

3. В каком случае интеграл $\int \left(a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_n}{x^n} \right) e^x dx$ представляет собой элементарную функцию ($n \in \mathbb{N}$)?

4. Получить рекуррентную формулу для вычисления интегралов $I_n = \int \frac{dx}{\sin^n x}$ и $K_n = \int \frac{dx}{\cos^n x}$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

5. Получить рекуррентную формулу для вычисления интегралов $I_n = \int \sin^n x dx$ и $K_n = \int \cos^n x dx$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

6. Получить рекуррентную формулу для вычисления интегралов $I_n = \int \operatorname{tg}^n x dx$ и $K_n = \int \operatorname{ctg}^n x dx$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

7. Получить рекуррентную формулу для вычисления интеграла $I_n = \int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^n}$ ($n \in \mathbb{N}$).

8. Получить рекуррентную формулу для вычисления интегралов $I_n = \int x^n e^x dx$ и $K_n = \int \ln^n x dx$ ($n \in \mathbb{N}$).

9. Вывести формулу:

$$\int \frac{\alpha \sin x + \beta \cos x}{a \sin x + b \cos x} dx = Ax + B \ln |a \sin x + b \cos x| + C,$$

где A, B – некоторые числа (выразить их через a, b, α, β).

10. Вывести формулу:

$$\int \frac{dx}{(a \sin x + b \cos x)^n} = \frac{A \sin x + B \cos x}{(a \sin x + b \cos x)^{n-1}} + C \int \frac{dx}{(a \sin x + b \cos x)^{n-2}},$$

где A, B, C – некоторые числа (выразить их через a, b, n), ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).