МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
ЮРГИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Е.П. Теслева, Е.В. Полицинский

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ

ЧАСТЬ 1

ЭЛЕКТРОННОЕ УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

2015

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73
Т363

Теслева Е.П.

Т363 Лабораторные работы по физике. Часть 1: электронное учебное пособие / Е.П. Теслева, Е.В. Полицинский; Юргинский технологический институт – Юрга: Типография ООО «Медиасфера», 2015. – 29,9 Мб.

Данное электронное пособие содержит помимо 11 лабораторных работ по механике, молекулярной физике и термодинамике, теоретическую часть включающую элементы теории погрешностей, измерительный практикум, методические рекомендации по планированию и проведению эксперимента, оформлению лабораторных работ, справочные материалы.

Отличительной особенностью данного пособия является использование задачного подхода в процессе подготовки, выполнения и защиты лабораторных работ, что способствует более глубокому пониманию обучающимися изучаемого материала.

Предназначено для студентов первого курса всех направлений подготовки и форм обучения.

Системные требования: Операционная система Windows 2000/XP/Vista/7; 512 Мб оперативной памяти; дисковод для компакт-дисков, клавиатура, мышь.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

Рецензенты

Доктор педагогических наук, профессор кафедры психолого-педагогического образования Томского государственного педагогического университета
И.Ю. Соколова

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры органической и физической химии Кемеровского государственного университета
А.Ю. Митрофанов

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Курс общей физики является базовой, фундаментальной дисциплиной для будущих специалистов технических направлений подготовки, без качественного усвоения, которого невозможно стать компетентным, отвечающим современным требованиям инженером.

Роль лабораторного практикума в курсе общей физики определяется значимостью физического эксперимента как метода научного познания, его структурой и методологией. Среди ведущих дидактических целей лабораторных работ – обучение теории и практике эксперимента, экспериментальное подтверждение и проверка существенных теоретических положений (законов, зависимостей). В процессе выполнения лабораторных работ:

- формируются экспериментальные навыки и умения;
- эффективно решаются вопросы интеграции знаний, универсальных интеллектуальных и практических навыков и умений;
- формируется комплекс профессиональных и личностных качеств обучающихся, таких как активность, самостоятельность, аккуратность, умение аналитически мыслить, переносить усвоенные способы действий в новые ситуации и т. д.

По мнению авторов данного пособия, результаты учебной деятельности студентов в лаборатории физики существенно повышаются при использовании задачного подхода.

Можно выделить четыре последовательных этапа работы в лаборатории физики: предварительная подготовка; выполнение экспериментальной части; составление краткого отчёта включающего обработку результатов эксперимента, оценку погрешностей, запись результатов и выводов; защита лабораторной работы. На каждом из этапов целесообразно использовать специально подобранные и разработанные задания и задачи – задачи-сопровождения.

Задачи-сопровождения – задания и задачи, ориентированные на понимание сущности лабораторной работы, приближенные как можно ближе к реальной практической деятельности на лабораторном занятии. Это задачи, в процессе решения которых предполагается выявление физической сущности объектов, явлений (процессов) лабораторной работы, их взаимосвязи и взаимодействия [1].

В данном пособии задания и задачи к каждой лабораторной работе разбиты на три блока:

Блок I. Вопросы и задачи-сопровождения на этапе подготовки к работе.

Блок II. Вопросы и задачи-сопровождения на этапе проведения эксперимента и обработки результатов эксперимента.

Блок III. Вопросы и задачи для контроля и самоконтроля

Каждую работу студенты выполняют бригадой из двух человек. К выполнению лабораторных работ допускаются студенты, прошедшие инструктаж по технике безопасности и получившие допуск к выполнению работы. Для этого студент должен иметь заготовку отчёта по лабораторной работе, изучить теорию и методику эксперимента, должен быть готов дать исчерпывающие ответы на вопросы первого блока.

Данное пособие предназначено для студентов первого курса всех направлений подготовки и форм обучения. Оно содержит помимо лабораторных работ по механике, молекулярной физике и термодинамике теоретическую часть включающую элементы теории погрешностей, измерительный практикум, методические рекомендации по планированию и проведению эксперимента, оформлению лабораторных работ, справочные материалы.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Задача измерений

Одной из основных задач физической лаборатории является определение численных значений физических величин.

Физическими величинами называют характеристики процессов или свойств тел. Например, работа характеризует свойства материальных тел при их взаимодействии передавать друг другу некоторое количество энергии, плотность характеризует массу единицы объема и т. д.

Измерить какую-либо физическую величину значит сравнить ее с другой однородной ей физической величиной, принятой за единицу меры (эталон). При этом за значение измеряемой величины принимают число, показывающее, сколько раз в измеряемой величине содержится эталон. За единицу меры длины принят 1 метр, массы – 1 килограмм, времени – 1 секунда и т. д. При измерении физических величин пользуются измерительными приборами, которые тем или иным способом сверены с эталонами, хранимыми в специальных государственных метрологических учреждениях. Это относится к приборам, с помощью которых измеряют длину – различного вида линейкам, микрометру, измерительному микроскопу, так и к приборам, измеряющим время (часы), массу (весы и гири), а также электроизмерительным приборам (амперметры, вольтметры) и т. д. Сравнение наших измерительных инструментов и приборов с эталонами, обязательно сопровождается некоторой ошибкой в их калибровке. Электроизмерительные и другие приборы содержат ошибки, связанные с особенностью их конструкции и принципа действия (трение, люфты между деталями, влияние внешних электрических и магнитных полей, температуры, влажности и пр.). Очевидно, что, измеряя с помощью такого инструмента, мы делаем некоторую ошибку. Т. о. вследствие неточности измерительных приборов, кроме того, несовершенства наших органов чувств, неполноты наших знаний, трудностей учета всех побочных явлений, при измерениях неизбежно возникают погрешности. ***Никакие измерения не могут быть выполнены абсолютно точно. Мы можем указать только интервал возможных значений измеряемой величины. Поэтому задача измерения заключается не в определении истинного значения измеряемой величины, а в установлении***

интервала, внутри которого находится истинное значение этой величины.

Результаты экспериментов могут публиковаться, использоваться в других расчетах, для практических целей или для проверки теоретических выводов. Поэтому важно знать в какой мере можно полагаться на эти результаты, ввиду чего экспериментатор обязан указывать величину ошибки измерений. Понятие ошибки играет не второстепенную роль при измерениях, а, наоборот, оно имеет прямое отношение к таким вопросам, как цель эксперимента, его метод и значимость результатов.

Теория погрешности указывает, как следует вести измерения и обрабатывать результаты, чтобы величина ошибок была наименьшей. Неумение правильно оценивать погрешности может привести к неправильно установленным метрологическим требованиям к промышленным изделия, что, наносит материальный и технический ущерб. Инженер не должен необоснованно уменьшать или увеличивать допуски на изготовление деталей, приборов.

Итак, в задачу измерения входит не только нахождение самой величины, но и оценка точности полученного результата.

Виды измерений

Принято различать два вида измерений.

Прямые измерения – это такие измерения, когда показания измеряемой величины определяются непосредственно по шкале прибора. Например, длина – по линейке или штангенциркулю, температура – по термометру, время – по секундомеру, сила тока – по амперметру и т. д.

Косвенные измерения – это измерения, используется, если физическую величину невозможно измерить с помощью приборов. Ее конечный результат находится по формуле через величины, определяемые в результате прямых измерений.

Классификация погрешностей

Погрешности измерений физической величины по характеру отклонений измеренного значения от истинного подразделяются на два основных типа:

1. Систематические (***приборные***) ***погрешности.*** К таким погрешностям относятся погрешности приборов, связанные с несовершенством их конструкции, они закономерным образом изменяют значение измеряемой величины. Например, длина линейки в действительности может отличаться от того значения, которое написано на ней. Два последовательно включенных амперметра могут показывать различный ток и т. д. Приборы, тем не менее, считаются исправными, если их показания отличаются от истинного значения не более чем на величину абсолютной систематической погрешности измерения. Погрешность каждого измерения искомой величины можно предсказать заранее, зная характеристики прибора. Систематические ошибки можно избежать или уменьшить лишь при критическом отношении к методам исследования, совершенствуя их, применяя более точные приборы, следя за их исправностью, и т. д.

2. Случайные погрешности обусловлены случайными факторами, которые, в свою очередь, могут быть вызваны различными причинами. С одной стороны это могут быть причины, не зависящие от измеряемой величины, например, несовершенства органов чувств, состояние организма человека, наблюдающего за прибором, погодные и природные условия, состояние рабочего места и др. С другой – сама измеряемая величина может носить случайный характер. Например, температура и влажность воздуха в различных частях города, концентрация примесей в различных пробах воды и т. п. Исключить случайные ошибки в отдельных измерениях невозможно. Эти погрешности имеют статистический характер и описываются теорией вероятности. Установлено, что при очень большом количестве измерений вероятность получить тот или иной результат в каждом отдельном измерении можно определить при помощи нормального распределения Гаусса. При малом числе измерений математическое описание вероятности получения того или иного результата измерения называется распределением Стьюдента.

Значение погрешности измерения некоторой величины ***X*** *принято характеризовать абсолютной и относительной погрешностью.*

1. Абсолютная погрешность – это наименованное число $\mathbf{\Delta X}$, позволяющее указать интервал $\mathbf{X_{ист} - \Delta X \le X_{ист} \le X_{ист} + \Delta X}$**.**, внутри которого находится истинное значение измеряемой величины. Длина этого интервала равна $\mathbf{2\Delta X}$ (рис. 1).

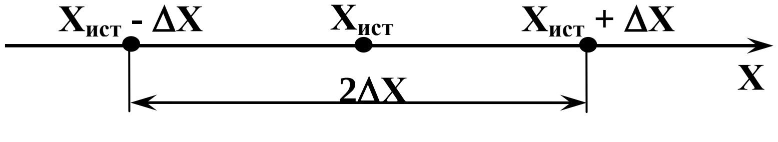


Рис. 1. Доверительный интервал

Эта погрешность может быть положительной или отрицательной в зависимости от того – уменьшен или увеличен результат по отношению к истинному значению. Другими словами, абсолютная погрешность показывает, на сколько истинное значение измеряемой величины может отличаться от результатов измерения. Например, определили длину проволоки и нашли что она равна 42,5 ± 0,2 см; это означает, что длина проволоки находится в границах замкнутого интервала не менее 42,3 см и не более 42,7 см; где ± 0,2 см – абсолютная погрешность или доверительный интервал. Конечный результат записывается в виде:

$$\mathbf{X = (X \pm \Delta X).}$$

Абсолютная погрешность измерения представляет собой необходимую информацию об измеряемой величине. Однако, она не всегда оказывается наглядной. Допустим, что **ΔX**=5 см. Много это или мало? Если измеряется длина подошвы **X**, то это много; если **X** – это длина комнаты, то это немного; если же **X** – расстояние между автобусными остановками, то это ничтожно мало. Иначе воспринимается относительная погрешность.

2. Относительная погрешность – это отношение абсолютной погрешности к значению искомой величины, умноженное на 100*%:*

$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta X}{X}100\%}$, в нашем примере $\varepsilon = \frac{0{,}2\text{см}}{42{,}5\text{см}}100\% = 0{,}47\%$ – относительная ошибка опыта. Она характеризует качество измерений и показывает, во сколько раз модуль абсолютной погрешности **|ΔX|** меньше измеряемой величины $X_{изм}$.

При измерении известных величин (постоянных или табличных) признаком доверенности полученного результата является принадлежность известного значения интервалу (рис 2). Если при измерениях известных величин оценка погрешностей не производилась, то в выводе следует сравнить полученное значение с табличным. С этой целью удобно рассчитать величину $\frac{X_{изм} - X_{табл}}{X_{табл}}$, которая может служить простой оценкой качества измерений.

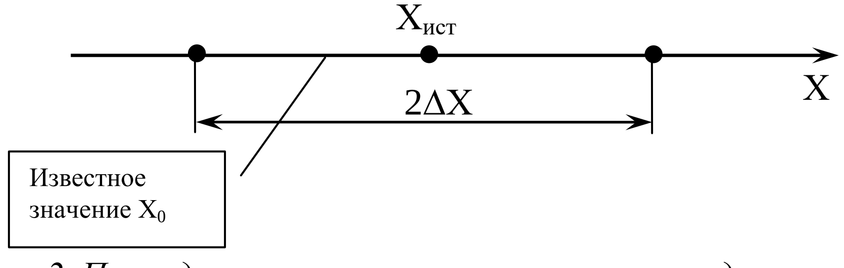


Рис. 2. Принадлежность известного результата доверительному интервалу

1. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

1.1. Расчет абсолютной погрешности при прямых однократных измерениях

Бывает, что в ходе опыта какое-то измерение повторить нельзя, например, процесс нагревания ведет к повышению температуры, которая отмечается один раз. При однократном измерении учитывают только систематическую погрешность. Систематическая погрешность измерения определяется тремя способами:

а) по классу точности прибора;

б) как половина цены наименьшего деления шкалы прибора;

в) на приборе, как число с наименованием единиц величин, измеряемых прибором.

Остановимся подробно на каждом из них.

а) Определение систематической ошибки по классу точности прибора. Этот способ используется только для электроизмерительных приборов, например, для вольтметра, амперметра.

Класс точности ***к*** прибора, предназначенного для измерения физической величины **X**, определяется следующим образом:

$$\mathbf{к = \frac{\Delta X_{сист}}{X_{max}} \cdot 100\%,} \qquad (1)$$

где $\mathbf{X_{max}}$ – наибольшее предельное значение величины X, которое можно измерить данным прибором.

Если известен класс точности прибора, то из (1) можно выразить систематическую погрешность измерения:

$$\boxed{\mathbf{\Delta X_{сист} = \frac{к \cdot X_{max}}{100}.}} \qquad (2)$$

Например, класс точности амперметра равен 1,5%, а наибольший ток, который можно измерить этим амперметром при конкретном положении его ручек настройки составляет 5 А. Тогда систематическая погрешность окажется равной

$$\mathbf{\Delta I_{сист} = \frac{1{,}5\% \cdot 5A}{100\%} = 0{,}075A.}$$

Причем это значение не зависит от результатов измерений. Из формулы (2) видно, что систематическая погрешность тем меньше, чем меньше класс точности прибора. Класс точности прибора обозначается на приборе как число в десятичном формате (может быть обведено в кружок). Стандартом установлены семь классов точности приборов: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Приборы классов 1,0; 1,5; 2,5; 4,0 применяют для технических целей и называют *техническими*. Приборы классов 0,1; 0;2; 0,5 применяют для точных лабораторных измерений, а также для контроля технических. Их называют *прецизионными*.

Если класс точности прибора неизвестен, то систематическая погрешность берется ***равной половине цены наименьшего деления.***

б) Определение систематической ошибки как половины цены наименьшего деления шкалы прибора используется для простых измерительных приборов, например для линейки. Так, при измерении линейкой с делением шкалы 1 мм систематическая погрешность $\boldsymbol{\ell}$ будет равна 0,5 мм.

Абсолютная погрешность прямого однократного измерения в данном случае находится по формуле:

$$\boxed{\Delta X = \alpha \cdot \ell}, \tag{3}$$

где α – коэффициент надежности или доверительная вероятность – вероятность того, что значение измеренной величины окажется в интервале $X\text{-}\Delta X$ до $X+\Delta X$; α может меняться от 0 до I и зависит от точности измерительных приборов. Для нашей лаборатории $\alpha = 0{,}9$; ℓ – параметр равномерного распределения, он равен половине цены деления прибора, которым измеряется величина:

$$\boxed{\ell = \frac{1}{2}\text{ от цены деления прибора.}} \tag{4}$$

в) Определение систематической ошибки как числа с наименованием единиц величин, измеряемых прибором используется для точных измерительных приборов:

- содержащих нониус (например, штангенциркуль, микрометр),
- с фиксированным шагом стрелки (например, секундомер),
- цифровых приборов (например, мультиметр).

Абсолютная погрешность приборов с нониусом равна *точности нониуса.*

Абсолютная погрешность приборов с фиксированным шагом стрелки и цифровых приборов равна *цене деления*.

$$\boxed{\Delta X = \alpha \cdot n}$$

где n – цена деления прибора, точность нониуса.

Точность прибора невозможно превзойти никаким методом измерения на нем. Например, если шкала линейки нанесена через 1 мм, то точность отсчета 0,5 мм не изменить, если применим лупу для рассматривания шкалы.

1.2. Расчет абсолютной погрешности при прямых многократных измерениях

а) Метод расчета с использованием распределения Стьюдента

На точность результатов измерений могут сказаться не только свойства средств измерения, но и особенности измеряемого физического тела. Например, толщина проволоки может быть различной на протяжении ее длины, вследствие чего нельзя ограничиваться одним измерением, а проделать их несколько в различных местах проволоки. Таким образом, окончательный результат многократного измерения содержит в себе как *случайную*, так и *систематическую* (*приборную)* погрешности. Чаще всего встречается ситуация, когда случайная и систематическая погрешности близки по значению, а поэтому обе влияют на окончательный результат. Тогда их необходимо учитывать совместно и за суммарную абсолютную погрешность принимают:

$$\boxed{\Delta X = \sqrt{(\Delta X_{случ})^2 + (\Delta X_{приб})^2}}\,, \qquad (5)$$

где $\Delta X_{случ}$ – случайная абсолютная погрешность; $\Delta X_{приб}$ – статистическая (приборная) абсолютная погрешность.

Случайная погрешность уменьшается с увеличением количества отдельных измерений, а приборная погрешность не меняется. Если случайная погрешность измерений меньше приборной погрешности (в процессе многократных измерений измерительный прибор дает одни и те же показания), то в качестве абсолютной погрешности берется приборная погрешность (многократность измерений теряет смысл; достаточно провести измерение один раз). В противном случае в качестве абсолютной погрешности берется значение случайной погрешности. Таким образом, одной из погрешностей можно пренебрегать, если она более чем на порядок (в 10 раз) меньше другой.

Метод применяется при числе измерений n≥2, однако лучше применять его при n ≥ 6.

Расчет $\Delta X_{приб}$ – смотри п. 1.1.

$$\boxed{\Delta X_{случ} = t_{\alpha n} \cdot \sigma_{x_{ср}}}\,, \qquad (6)$$

где $t_{\alpha n}$ – коэффициент Стьюдента (определяемый по таблице 2); n – количество измерений; α – коэффициент надежности или доверительная вероятность; $\sigma_{x_{ср}}$ – среднеквадратичная

погрешность данной серии измерений.

$$\boxed{\sigma_{x_{ср}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ср}-x_i\right)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\left(x_{ср}-x_1\right)^2+\left(x_{ср}-x_2\right)^2+\ldots+\left(x_{ср}-x_n\right)^2}{n(n-1)}}}, \quad (7)$$

где $x_{ср}$ – среднее значение искомой величины данной серии измерений; x_i – величины, полученные в опыте.

Таблица 1

Коэффициенты Стьюдента

α / n	0,5	0,7	0,8	0,9	0,95	0,999
2	1,00	2,0	3,1	6,31	12,7	636,6
3	0,82	1,3	1,9	2,92	4,30	31,6
4	0,77	1,3	1,0	2,35	3,18	12,9
5	0,74	1,2	1,5	2,13	2,78	8,61
6	0,73	1,2	1,5	2,02	2,57	6,37
7	0,72	1,1	1,4	1,94	2,45	5,96
8	0,71	1,1	1,4	1,89	2,36	5,41
9	0,71	1,1	1,4	1,86	2,31	5,04
10	0,70	1,1	1,4	1,83	2,26	4,78

В каких случаях какую величину доверительной вероятности α задать? Например, после ста контрольных измерений диаметра стандартной двадцатимиллиметровой трубы обнаружено, что в 50 случаях ее диаметр оказался в интервале от 19,97 мм до 20,03 мм, в 80 случаях от 19,95 до 20,05 мм, а в 95 случаях от 19,90 до 20,10 мм. Следовательно, можно приближенно оценить величину случайной погрешности. При надежности a=0,50, $\Delta X_{случ}$=0,03 мм; при надежности a=0,80, $\Delta X_{случ}$=0,05 мм; а при a=0,95, $\Delta X_{случ}$ =0,10 мм. То есть, величина случайной погрешности увеличивается с увеличением надежности, причем очень резко при стремлении a к единице. Действительно, с надежностью, равной 1, ничего нельзя гарантировать. При построении техники всегда задается определенная надежность изделия. Каждая деталь должна соответствовать надежности не ниже той, которая предъявляется ко всему изделию в целом. Это зависит от степени важности расчетов. Во всех ответственных случаях задают высокую доверительную вероятность α = 0,997 или 0,999 с тем, чтобы соответствующий ей доверительный интервал надежно гарантировал расчеты. Размер доверительной вероятности α выбирают также из соображений размера возможного брака, необходимого допуска при изготовлении деталей и приборов, материально экономических расчетов и т. д. В обычных научных исследованиях, в том числе в студенческой учебной лаборатории, достаточной считается надежность $\alpha = 0{,}9$.

б) Метод среднего арифметического

Метод среднего арифметического – упрощенный метод расчета, который может применяться при небольшом количестве измерений (n = 2 ÷ 6).

Согласно закону нормального распределения случайных погрешностей, погрешности дают отличные друг от друга результаты. Одни из них больше истинного значения измеряемой величины, другие меньше, причем вероятность сделать меньшую погрешность больше, чем большую. Беря среднее арифметическое из полученных результатов, мы ослабляем влияние случайных погрешностей, и находим результат, более близкой к истинному значению измеряемой величины.

Пусть при многократных измерениях толщины проволоки микрометром были получены следующие результаты: $\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2}$, ... $\mathbf{X_n}$. Среднее арифметическое результатов всех измерений (среднее значение величины) равно: $\boxed{\mathbf{X_{ср} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}}}$. (8)

Абсолютная погрешность первого измерения (отклонение от среднего значения в 1-ом измерении) равна: $\mathbf{\Delta X_1 = |X_{ср} - X_1|}$

абсолютная погрешность второго измерения: $\mathbf{\Delta X_2 = |X_{ср} - X_2|}$

абсолютная погрешность n-го измерения: $\mathbf{\Delta X_n = |X_{ср} - X_n|}$

Абсолютную погрешность всего эксперимента (среднее отклонение) находим как: $\boxed{\mathbf{\Delta X_{ср} = \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2 + \ldots + \Delta X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i}{n}}}$. (9)

1.3. Расчет абсолютной погрешности при косвенных измерениях

Погрешность при косвенных измерениях находится **двумя способами:**

1. путем логарифмирования и последующего дифференцирования расчетной формулы;

2. по правилам дифференцирования с последующей заменой дифференциалов погрешностями.

Рассмотрим подробнее каждый из способов нахождения погрешности косвенных измерений.

1. Нахождение погрешности косвенных измерений **путем логарифмирования и последующего дифференцирования расчетной формулы.**

Если искомая величина связана функциональной зависимостью с величинами, определяемыми прямым измерением, то погрешность результата находится следующим образом.

Пусть $a=f(x_1, x_2, \dots x_n)$, где x находятся прямым измерением.

1. Прологарифмировать функцию a.

$$\ln a = \ln(X_1, X_2, \dots X_n). \tag{10}$$

2. Продифференцировать lna по x.

$$\frac{d}{dX_i}(\ln a) = \frac{1}{a} \cdot \frac{da}{dX_i}. \tag{11}$$

3. Заменить все знаки дифференциалов знаками конечных приращений и все знаки "минус" на "плюс".

4. Обосновать абсолютные погрешности при измерении промежуточных величин x по способу 1 или 2. Рассчитать абсолютную погрешность опыта.

Пример.

Дано твердое тело цилиндрической формы, надо найти плотность материала этого тела, если диаметр измерялся несколько раз, а масса и высота – один раз.

Плотность $\rho = \frac{m}{V}$, где m – масса тела; $V = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h$ – объем цилиндра; D – его диаметр; h – высота;

$$\rho = \frac{m}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h} = \frac{4m}{\pi \cdot D^2 \cdot h}$$ – рабочая формула.

Для нахождения абсолютной погрешности $\Delta\rho$ необходимо:

1. Прологарифмировать рабочую формулу

$$\ln\rho = \ln 4 + \ln m - \ln\pi - 2\ln D - \ln h;$$

2. Продифференцировать полученное выражение

$$\frac{d\rho}{\rho} = 0 + \frac{dm}{m} - 0 - 2\frac{dD}{D} - \frac{dh}{h};$$

3. Заменить знаки дифференциалов знаками конечных приращений и все знаки «минус» на «плюс».

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h} \quad \Rightarrow \Delta\rho = \rho\left(\frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}\right);$$

4. Обоснование всех Δ (то есть найти их численные значения):

$$\mathbf{\Delta m = \alpha \cdot \ell = 0{,}9 \cdot \frac{1}{2} \cdot} \text{ цена деления весов;}$$

$$\mathbf{\Delta D = \sqrt{\left(\Delta D_{случ}\right)^2 + \left(\Delta D_{приб}\right)^2}} \;;$$

$$\mathbf{\Delta D_{случ} = t_{\alpha n} \cdot \sigma_{x_{ср}} = t_{\alpha n} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}\left(D_{ср} - D_i\right)^2}{n(n-1)}}}\;;$$

$$\Delta D_{приб} = \alpha \cdot n = 0{,}9 \cdot \text{цена деления штангенциркуля;}$$

$$\Delta h = \alpha \cdot n = 0{,}9 \cdot \text{цена деления штангенциркуля.}$$

Подставить в конечную формулу ρ – из расчета, m, D и h – из опыта, Δm, ΔD и Δh – из обоснований и найти Δρ; представить конечный результат в виде **ρ = (ρ ± Δρ) г/см^3** и из этой записи найти относительную погрешность опыта: $\boldsymbol{\varepsilon = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot 100\%}$.

2. Нахождение погрешности косвенных измерений **по правилам дифференцирования с последующей заменой дифференциалов погрешностями.**

Если искомая величина является функцией нескольких переменных, например, *f(x,y),* то погрешность косвенных измерений можно определить по формуле: $\mathbf{\Delta f = \left(\frac{df}{dX}\right)\Delta X + \left(\frac{df}{dY}\right)\Delta Y}$. (12)

Пример.

Ускорение при поступательном движении определяется как $\mathbf{a(h,t) = \frac{2h}{t^2}}$. Тогда $\mathbf{\Delta a = \frac{2}{t^2} \cdot \Delta h + 2h \cdot \frac{1}{t^3} \cdot \Delta t \cdot (-2)}$, $\mathbf{\Delta a = \frac{2h}{t^2 h} \cdot \Delta h + \frac{2h}{t^2 \cdot t} \cdot \Delta t \cdot (-2)}$.

Так как $\mathbf{a = \frac{2h}{t^2}}$, то $\Delta à = a\frac{\Delta h}{h} + a\frac{\Delta t}{t} \cdot 2 = a\left(\frac{\Delta h}{h} + 2 \cdot \frac{\Delta t}{t}\right)$.

Независимо от знака производных, слагаемые в последнем выражении должны учитываться только со знаком «плюс», так как погрешность при измерении нескольких переменных может только увеличиваться. Если в формулу входят константы, то при расчетах в них необходимо учитывать хотя бы на одну значащую цифру больше, чем в измеряемой величине, тогда они практически не вносят погрешности в результат измерения.

2. О ПОСТРОЕНИИ ГРАФИКОВ

2.1. Для чего нужны графики?

Графиками пользуются для разных целей. Во-первых, графики строят, чтобы определить некоторые величины, – обычно наклон или отрезок, отсекаемый на оси координат, прямой, изображающей зависимость между двумя переменными. Во-вторых, графиками пользуются для наглядности. Допустим, например, что мы измеряем скорость течения воды по трубке как функцию перепада давления с целью определить, когда поток перестает быть ламинарным и становится турбулентным. Полученные данные приведены в таблице 2.

Таблица 2

Перепад давления, $Н \cdot м^{-2}$	Средняя скорость, мм/с	Перепад давления, $Н \cdot м^{-2}$	Средняя скорость, мм/с
7,8	35	78,3	245
15,6	65	86,0	258
23,4	78	87,6	258
31,3	126	93,9	271
39,0	142	101,6	277
46,9	171	109,6	284
54,7	194	118,0	290
62,6	226		

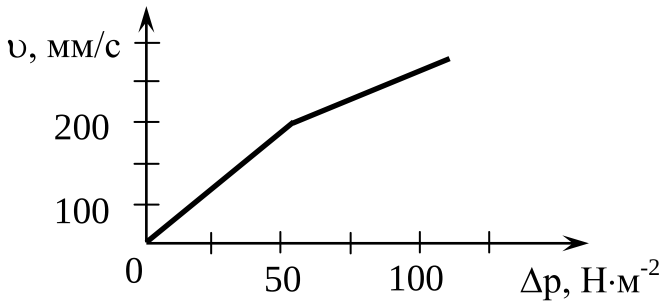


Рис. 3. Зависимость средней скорости течения воды от перепада давлений

Пока поток остается ламинарным, скорость его пропорциональна перепаду давления. Глядя на цифры, приведенные в таблице, трудно сказать, где пропорциональность начинает нарушаться. Другое дело, когда те же данные, представлены графиком (рис. 3). В этом случае сразу видна точка, в которой нарушается пропорциональность. Графики позволяют также более наглядно проводить сравнение экспериментальных данных с теоретической кривой. Нанося результаты измерений на график, очень удобно следить за тем, как идет эксперимент.

В-третьих, графиками пользуются в экспериментальной работе, чтобы установить эмпирическое соотношение между двумя величинами. Например, градуируя свой термометр по какому-либо образцовому прибору, мы определяем поправку как функцию показаний термометра.

2.2. Выбор масштаба

При выборе масштаба нужно исходить из следующих соображений: 1. Экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом. Из рисунка 4 довольно трудно извлечь полезную информацию. Поэтому лучше выбирать такой масштаб, чтобы расположить точки с разумным интервалом, как на рис. 5. Если начальные значения ***x*** и ***y*** отличаются намного от ноля, то предпочтительнее начинать отсчет делений на соответствующей оси с некоторого значения, которое лишь немногим меньше найденного на опыте наименьшего значения переменного, откладываемого на данной оси, иначе на графике будет необоснованно много пустого места. После нанесения масштабных делений на осях около них пишут необходимые цифры.

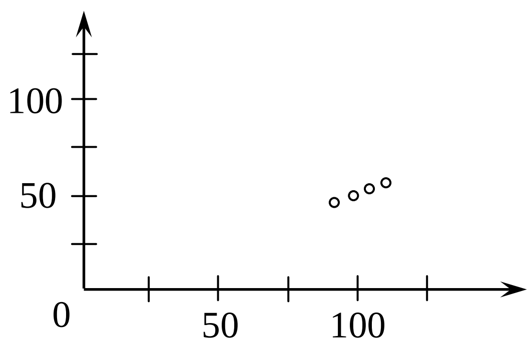


Рис. 4. Неудачный масштаб

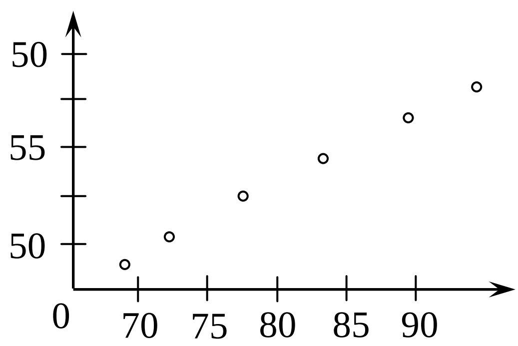


Рис. 5. Более удачный выбор масштаба

2. Масштаб должен быть простым. Проще всего, если единице измеренной величины (или 10; 100; 0,1 единицы и т. д.) соответствует 1 см. Можно также выбрать такой масштаб, чтобы 1 см соответствовал 2 или 5 единицам. Других масштабов следует избегать просто потому,

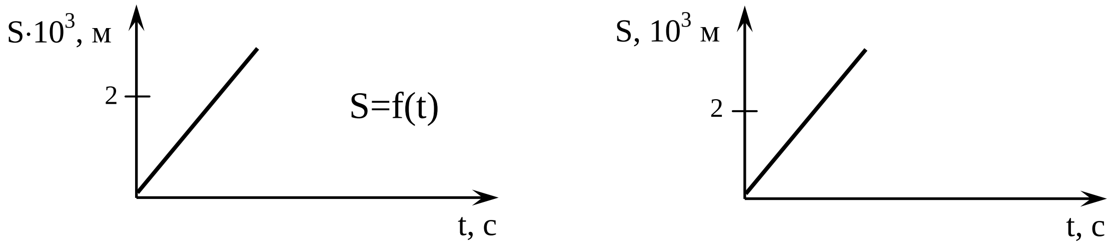
что иначе при нанесении точек на график придется производить арифметические подсчеты в уме;

3. Иногда приходится выбирать масштаб из теоретических соображений. Так, если нас интересует, в какой мере результаты удовлетворяют соотношению $\boldsymbol{y = kx}$, то на нашем графике зависимости $\boldsymbol{y}$ от $\boldsymbol{x}$ обязательно должно быть начало координат.

2.3. Как строить графики

График *аккуратно* строится на миллиметровой бумаге или бумаге в клетку. Размер графика должен быть таким, чтобы он занимал примерно половину тетрадной страницы. Если график можно закрыть спичечным коробком, то он оказывается непригодным для того, чтобы с его помощью сделать правильные выводы. Перед построением необходимо четко определить, какие данные выполняют роль аргумента, а какие – функции. Аргумент принято отсчитывать *по горизонтальной шкале* (по x), а функцию – *по вертикальной* (по y). В физике на графиках принято по горизонтальной оси откладывать независимую переменную, т.е. величину, значение которой задает сам экспериментатор, а по вертикальной оси – ту величину, которую он при этом определяет, т. е. по горизонтали откладывается «причина», а по вертикали – «следствие».

Масштаб каждой шкалы выбирается исходя из *максимального значения рассматриваемой величины* и длины шкалы на бумаге. Например, если максимальное значение силы равно $11{,}76 \cdot 10^{-2}$ Н, а длина рабочего поля страницы 14 см, то удобно выбрать масштаб так, чтобы 12 см по горизонтальной шкале соответствовали $12 \cdot 10^{-2}$ Н. Недалеко от конца шкалы ставится обозначение соответствующей физической величины, а через запятую – наименование единиц измерения. Если есть десятичный множитель с показателем, то его можно вынести к оси вместе с единицей измерения. Разная запись обозначения оси соответствует разной величине чисел, отложенных на оси (рис. 6).



$S \cdot 10^3 = 2$ м $\Rightarrow S = 2/10^3 = 0{,}002$ м $S = 2 \cdot 10^3$м$=2000$ м

Рис. 6. Использование десятичного множителя

Перед построением графика каждую из шкал необходимо *проградуировать,* то есть обозначить деления через *равные* промежутки. Нельзя подписывать на шкале числа, которые получаются в результате эксперимента, как, например, 1,12; 1,19; 1,92; 2,87; 3,05; 3,28, 4,27. Один из правильных вариантов может быть таким: 0; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0. Если взять вариант 0; 1,25; 2,50; 3,75; 5,0, то он хотя и правильный, но все же нежелательный, т. к. при «дробной» организации шкалы она оказывается трудно читаемой. Предпочтительны варианты, когда между делениями шкалы две, четыре, пять или десять клеток. Нежелательны варианты с 3, 6, 7, 9 клетками. Экспериментальные точки наносятся на график, и вблизи каждой из них можно указать отрезок, соответствующий доверительному интервалу, равному *удвоенной абсолютной погрешности* (рис. 7).

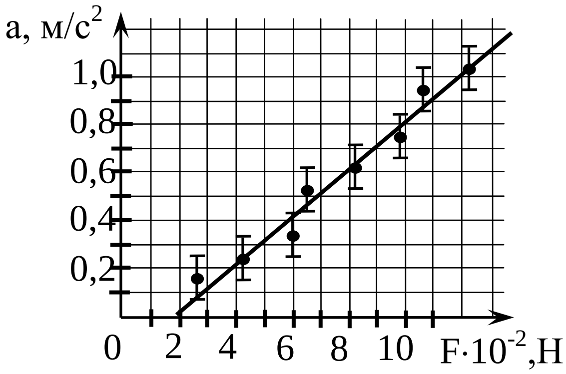


Рис. 7. График зависимости a=f(F)

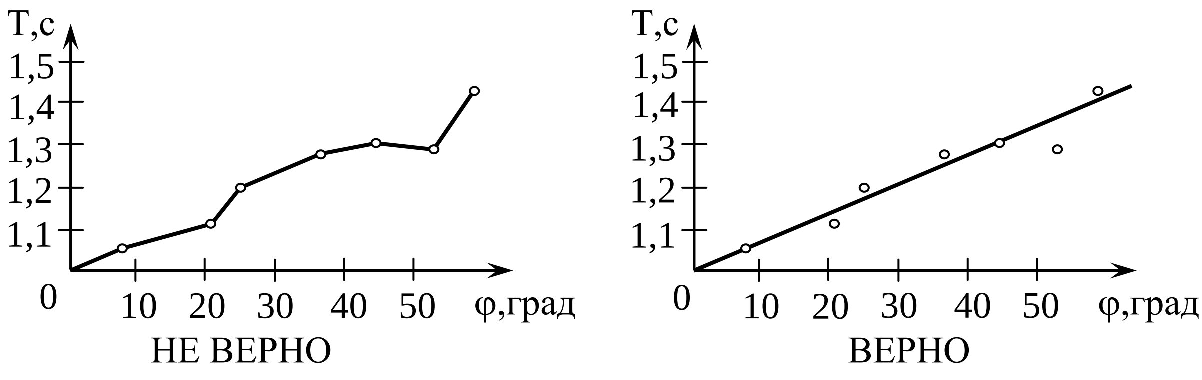


Рис. 8. О построении графиков

Часто измеряемые величины подбираются таким образом, чтобы между ними ожидалась линейная зависимость. Тогда экспериментальные точки должны ложиться вблизи прямой. Параметры этой прямой определяются по методу наименьших квадратов. То есть, таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от этой прямой была бы минимальной. Практически эту сумму не рассчитывают, а прямую проводят с помощью прозрачной линейки так, чтобы по обе стороны от нее находилось примерно равное количество экспериментальных точек на возможно меньшем расстоянии от прямой (рис. 8). При проведении кривой следует руководствоваться правилами:

1) чем больше изгибов и неровностей имеет кривая, тем она менее вероятна (выписывать изгибы можно лишь при высокой точности измерений);

2) проводить кривую следует так, чтобы она лежала возможно ближе к точкам и чтобы по обе стороны оказалось приблизительно равное их количество;

3) по возможности не должно быть очень больших отклонений точек от кривой, лучше иметь два–три небольших отклонения, чем одно большое.

Основные требования, предъявляемые к построению графиков:

а) предельная ясность, чтобы результаты эксперимента можно было представить наглядно. Каждое полученное экспериментальное значение наносится на график достаточно заметным знаком, так чтобы точки не сливались друг с другом;

б) грамотный выбор масштаба. Проще всего, если единице измеренной величины (0,1; 10; 100; и т. д.) соответствует 1, 2 или 5 см;

в) через экспериментальные точки необходимо проводить плавную кривую либо прямую;

г) если на график наносится несколько кривых, то точки каждой из них должны иметь определенное обозначение, например, кривая 1 обозначается точками, кривая 2 – крестиками, кривая 3 – треугольниками и т. д. или точками разного цвета;

д) размечать деления на осях координат и наносить график экспериментальные точки лучше всего сначала карандашом. Если с масштабом и расположением точек все в порядке, то нетрудно обвести все и сделать жирные экспериментальные точки;

е) по окончании построения пишут заголовок, который должен содержать краткое и точное содержание того, что показывает график.

3. ПРАВИЛЬНАЯ ЗАПИСЬ КОНЕЧНОГО ОТВЕТА

После расчета абсолютной погрешности окончательный результат измерения представляется в виде: $X = (X \pm \Delta X)$. Причем и сама величина и абсолютная погрешность округляются. По округленным значениям рассчитывается относительная погрешность: $\varepsilon = \frac{\Delta X}{X} 100\%$.

3.1. О точности вычислений

Цель эксперимента – получить некоторую числовую величину, и поэтому точность при вычислениях также важна, как и при измерениях. При рациональном подходе к вычислениям можно уменьшить вероятность их появления и кроме этого рекомендуется проводить проверку вычислений. Вычисления следует производить как можно последовательно и аккуратно. Неаккуратная и неразборчивая запись выкладок часто оказывается причиной арифметических ошибок.

Одним из приёмов является избегание ненужных выкладок. Пример: Допустим, что вы исследуете зависимость средней арифметической скорости молекул от температуры, $\upsilon = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ и взяли лишь шесть значений температуры: Т1, Т2, ..., Т6. Стоит ли рассчитывать шесть значений скоростей, каждый раз вычисляя выражение под корнем? Гораздо выгоднее рассчитать один раз выражение $\frac{8R}{\pi\mu} - k$ и затем найти шесть значений скоростей по формуле $\upsilon = \sqrt{kT}$.

Вычисления необходимо проводить так, чтобы их ошибка была на порядок меньше ошибки результата измерений. Для этого вспомним правила математических действий с приближенными числами. Результаты измерений – приближенные числа. В приближенном числе все цифры должны быть верными. Последней верной цифрой приближенного числа считается цифра, ошибка в которой не превышает одной единицы ее разряда. Все цифры от 1 до 9 и нуль, если он стоит в середине или конце числа, называются значащими. В числе 6100 – четыре значащих цифры, а в числе $6{,}1 \cdot 10^3$ – только две, в числе 0,00209 – три, так как нули до двойки незначащие. Запись числа 2,39 означает, что верны все знаки до второго до запятой, а запись 2,3900 – что верны так же и третий и четвертый знаки.

3.2. Правила округления чисел

При округлении оставляют лишь верные знаки, остальные отбрасывают.

Правило 1. Округление достигается простым отбрасыванием цифр, если первая из отбрасываемых цифр меньше, чем 5.

Правило 2. Если первая из отбрасываемых цифр равна или больше, чем 5, то последняя цифра увеличивается на единицу.

3.3. Запись конечного ответа

Абсолютная погрешность, найденная любым способом, округляется до одной (первой) значащей цифры, а значение искомой величины – до того разряда, в котором находится значащая цифра абсолютной погрешности.

Например, из опыта нашли плотность вещества $\rho = 1{,}273$ г/см^3, а $\Delta\rho = 0{,}017$ г/см^3.

Абсолютная ошибка показывает, в каком знаке ее числа содержится неточность, и если неточность в сотых долях, то за тысячные доли и более мелкие нельзя ручаться. В данном примере надо взять $\Delta\rho = 0{,}02$ г/см^3, т. к. стоящая за единицей цифра 7 больше 5; значение ρ надо взять с точностью $\Delta\rho$, т. е. до сотых долей, тогда конечный ответ запишется так:

$$\boldsymbol{\rho = (1{,}27 \pm 0{,}02)\ \text{г/см}^3.}$$

После записи конечного ответа рассчитывают относительную погрешность: $\varepsilon = \frac{0{,}02}{1{,}27}100\% = 1{,}5\%$.

Примеры округления и записи ответа

1. $x = 0{,}743$ м	**и**	**$\Delta x = 0{,}021$ м**	$\Rightarrow$	**$x = (0{,}74 \pm 0{,}02)$ м**
2. $m = 134{,}6$ кг	**и**	**$\Delta m = 1{,}8$ кг**	$\Rightarrow$	**$m = (135 \pm 2)$ кг**
3. $t = 3841$ с	**и**	**$\Delta t = 12$ с**	$\Rightarrow$	**$t = (3840 \pm 10)$ с**
4. $\varphi = 9°$	**и**	**$\Delta\varphi = 0{,}37°$**	$\Rightarrow$	**$\varphi = (9{,}0 \pm 0{,}4)$ °**
5. $L = 28{,}119$ мм	**и**	**$\Delta L = 0{,}67$ мм**	$\Rightarrow$	**$L = (28{,}1 \pm 0{,}7)$ мм**

3.4. О написании вывода

На что же нужно обратить внимание при написании вывода? Главное внимание должно быть обращено на анализ результатов.

Здесь нужно провести:

1. Сопоставление с другими аналогичными результатами, если они имеются (в таблицах, справочниках и т. п.).
2. Сопоставление с соответствующими выводами теории.
3. Анализ исследуемой проблемы в свете полученных вами данных.

Нужно выяснить – надежно ли подтверждают полученные вами результаты выводы теории, в чем причина возможных отклонений. Сравнивая результаты с данными таблиц и результатами других студентов, не следует при несовпадении сразу считать свои данные ошибочными. Нужно тщательно продумать методику измерений, стараясь вскрыть расхождения. Может быть, это влияние отдельных теоретических упрощений; или велики приборные погрешности используемой аппаратуры (какие именно?); или сказалось влияние каких-либо внешних факторов (что именно?) и т. д. Обратитесь к книгам, обсудите вопрос с напарником, поразмышляйте, а потом изложите итог ваших размышлений в выводе.

4. ПРОСТЕЙШИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Для измерения линейных величин применяются различные приборы и приспособления: масштабная линейка, измерительная лента, штангенциркуль, микрометр и др.

Измерительная лента. Измерение длины физических тел производят масштабными линейками, измерительными лентами. Величина наименьшего деления такой линейки (рис. 9) называется ценой одного деления. Обычно цена одного деления линейки, ленты равна 1 мм. На измерительной ленте – сплошная линия – целый миллиметр, а деление напротив числа – 0,5 см.

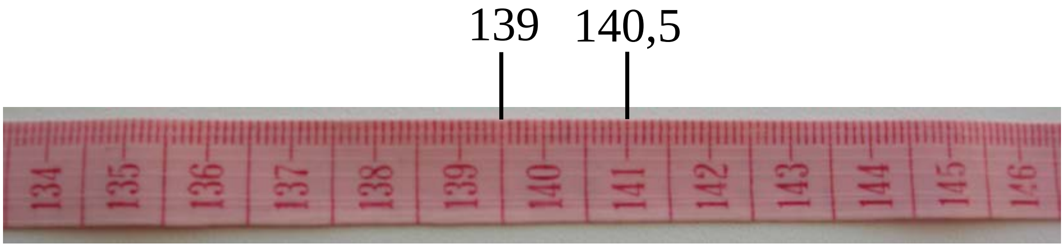


Рис. 9. Измерительная лента

Штангенциркуль. Для измерения линейных размеров тел (внешних и внутренних) используется штангенциркуль (рис. 10, 11).

Устройство и принцип работы: он представляет собой металлическую штангу ***1*** с нанесенной на ней миллиметровой шкалой. По основной линейке-штанге перемещается рамка с подвижными губками. Основная линейка-штанга снабжена неподвижными губками ***2***, а рамка – подвижными губками ***3*** с параллельными краями для измерения выпуклых предметов и диаметров различных отверстий. На рамке нанесена вспомогательная шкала ***6***, называемая **нониусом.** Нониус содержит 10–20 делений. Длина нониуса меньше длины основной шкалы. При соприкосновении граней губок нулевые деления основной шкалы и шкалы нониуса совпадают. Начало шкалы нониуса – его нулевая отметка – выполняет роль указателя на основной шкале.

Порядок работы с прибором: для того, чтобы измерить внешние размеры предмета, его помещают между губками ***2,3*** штангенциркуля**,** при этом рамка с нониусом ***6*** смещается, и закрепляют винт ***5***. После этого производят отсчет по шкале линейки ***1*** числа целых миллиметров ***к***, расположенных слева от нулевого деления нониуса, и номера деления нониуса ***n***, который совпадает с любым делением основной шкалы ***1***. По формуле (13) вычисляют длину предмета ***L***.

$$\mathbf{L} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{n}\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{m}}, \tag{13}$$

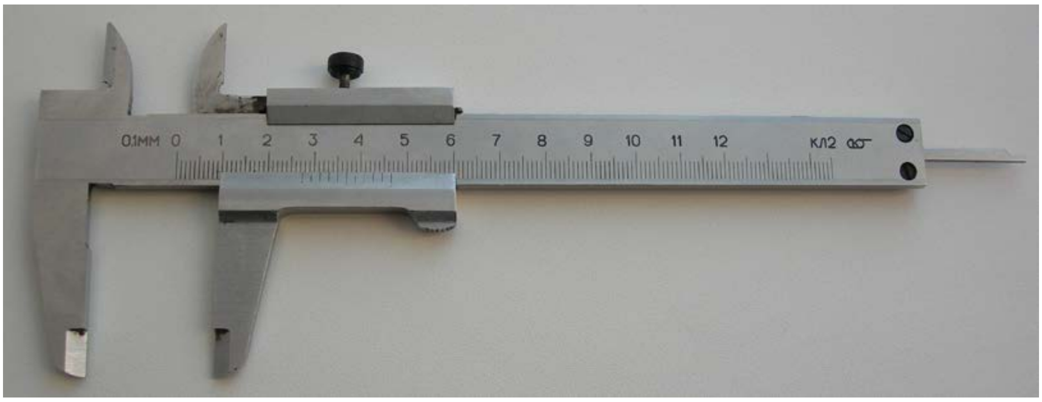


Рис. 10. Штангенциркуль

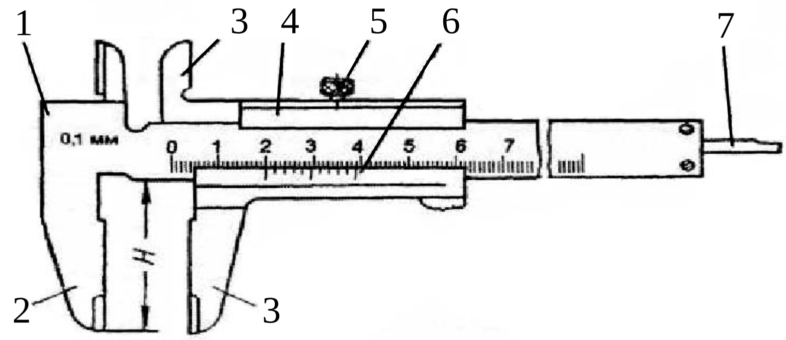


Рис. 11. Строение штангенциркуля: 1 – штанга; 2 – губка штанги; 3 – губка рамки; 4 – рамка; 5 – зажим рамки; 6 – нониус; 7 – линейка глубиномера

где ***k*** – количество делений масштабной линейки, ***b*** – цена одного деления масштабной линейки, ***n*** – номер деления нониуса, который совпадает с некоторым делением масштабной линейки, ***m*** – количество делений нониуса.

Если при измерении нулевое деление нониуса точно совпадает с каким-либо штрихом основной шкалы, то определяемый размер равен целому числу миллиметров и отсчитывается по этой шкале до нулевого деления нониуса. Если же нулевая отметка расположена между штрихами основной шкалы, то число целых миллиметров будет равно количеству целых делений между нулевой отметкой шкалы и нулевым делением нониуса, а число десятых – числу делений нониуса до деления нониуса, совпадающему с каким-либо делением основной шкалы. Так, в примере на рис. 12, *а* показания штангенциркуля соответствуют 7 мм, а на рис. 12, *б* – 7,7 мм.

При измерении внутренних размеров детали (например, внутреннего диаметра трубки) вводят измерительные губки ***3*** в трубку и разводят их настолько, чтобы они прилегали к внутренним стенкам трубки, и производят отсчет.

Целые миллиметры отсчитывают по делениям линейки ***1*** штангенциркуля, а десятые доли миллиметры – по перемещающемуся нониусу ***6***, когда между губками прибора зажат измеряемый предмет.

Следует пользоваться следующим правилом: ближайшее деление масштаба линейки штангенциркуля к нулевому штриху нониуса дает целое число миллиметров, содержащихся в измеряемой длине, а деление нониуса, совпавшее с каким-нибудь делением масштаба линейки, дает число десятых долей миллиметра.

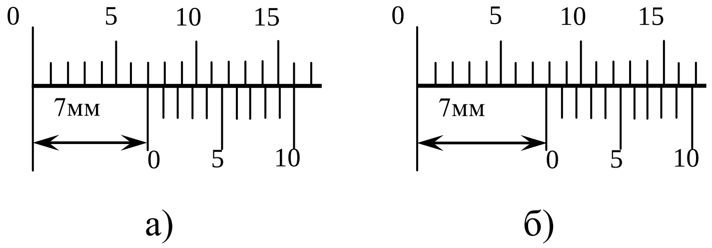


Рис. 12. Пример определения показаний штангенциркуля

Микрометр. Для измерения длины с точностью до сотых долей миллиметра применяется микрометрический винт. Микрометрический винт применяется в точных измерительных приборах (микрометр, микроскоп).

<u>Устройство и принцип работы</u>: микрометр (рис. 13, 14) состоит из двух основных частей: микрометрического винта ***1*** и скобы ***2***. Микрометрический винт ***1***, представляющий собой стержень с точной резьбой, проходит через отверстие скобы ***2*** с внутренней резьбой. Против микрометрического винта на скобе имеется упор ***3***. На микрометрическом винте закреплен полый цилиндр (барабан) ***4*** с делениями по окружности. При вращении микрометрического винта барабан ***4*** скользит поступательно по линейной шкале, нанесенной на стержне ***5***.

Главным источником ошибок является неравномерность нажатия винта на предмет, для устранения этого недостатка современные микрометры снабжены трещоткой ***6***, действие которой основано на трении, возникающем между винтом ***3*** и трещоткой ***6*** , поворачивающей винт. Для измерения микрометром предмет помещают между упором ***3*** и микрометрическим винтом ***1*** и вращают винт ***1*** за трещотку ***6*** до тех пор, пока измеряемый предмет не будет зажат между упором ***3*** и концом винта ***1***, что фиксируется слабым треском.

Отсчетное устройство микрометра состоит из двух шкал. Продольная линейная шкала стержня ***5*** представляет собой двойную шкалу с ценой деления ***b*** = 0,5 мм, нанесенную по обе стороны продольной черты. Верхние и нижние риски шкалы сдвинуты относительно друг друга на полмиллиметра; цифры представлены только для деления нижней шкалы, т. е. нижняя шкала представляет собой обычную миллиметровую шкалу. Следовательно, размер предмета определяется с точностью до 0,5 мм. Круговая шкала нанесена на барабане ***4.*** Цена деления барабана определяется следующим образом.

Рис. 13. Микрометр

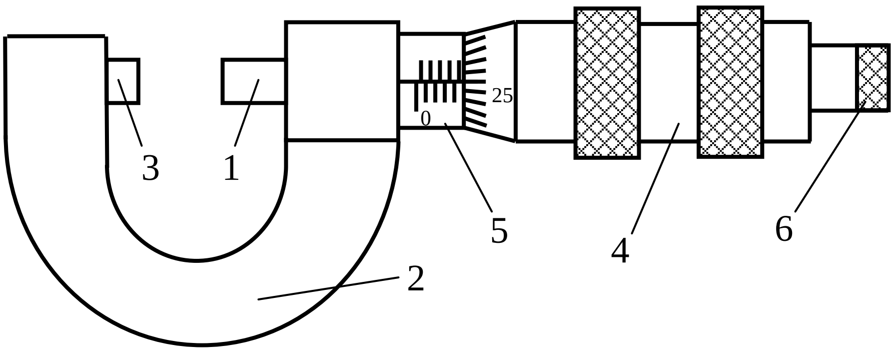


Рис. 14. Строение микрометра: 1 – микрометрический винт; 2 – скоба; 3 – упор; 4 – барабан; 5 – стержень с линейной шкалой; 6 – трещотка

Пусть число делений круговой шкалы m = 50, шаг микровинта b = 0,5 мм (т. е. одному полному обороту барабана соответствует перемещение края барабана на одно деление линейной шкалы, на b = 0,5 мм). Цена деления круговой шкалы: $\mathbf{a = \frac{b}{m} = \frac{0,5}{50}}$ **мм = 0,01 мм**, т. е. по круговой шкале отсчитываются сотые доли миллиметра.

Числовое значение длины измеряемого предмета находят по формуле:

$$\mathbf{L = k \cdot b + n \frac{b}{m} = \left(k \cdot 0{,}5 + n \cdot 0{,}01\right)}\ \text{мм}, \qquad (14)$$

где $\boldsymbol{k}$ – число наименьших делений продольной шкалы, $\boldsymbol{b}$ – цена наименьшего деления этой шкалы, $\boldsymbol{n}$ – номер того деления барабана, которое в момент отсчета совпадает с осью шкалы стержня ***5***, $\boldsymbol{b/m}$ – цена деления на шкале барабана. Так, например на рис. 12 показания микрометра соответствуют: $\mathbf{L = 9 \cdot 0{,}5 + 26 \cdot 0{,}01 = 4{,}76}$ **мм**.

Термометр – (греч. therme – тепло + metreo – измеряю) прибор для измерения температуры посредством контакта с исследуемой средой (рис 15). Действие термометров основано на различных физических явлениях, зависящих от температуры: на тепловом расширении жидкостей, газов и твердых тел, изменении с температурой давления газа и насыщенных паров, электрического сопротивления, магнитной восприимчивости парамагнетика. Наиболее распространены *жидкостные* термометры, *манометрические* термометры, термометр *сопротивления* и *термоэлектрические* термометры.

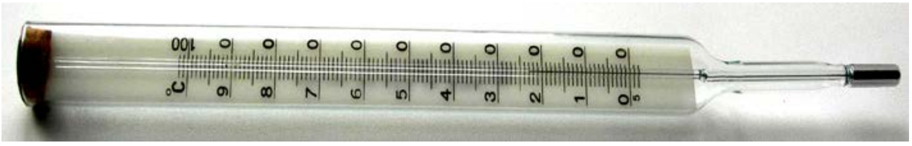


Рис. 15. Жидкостные термометры

Жидкостный термометр – это обычный стеклянный термометр, содержащий ртуть, спирт. Принцип работы такого термометра основан на изменении объема жидкости при изменении ее температуры. Жидкость занимает меньший объем при низкой температуре и больший объем при высокой. **Цена деления термометров обычно 1°С или 2°С.**

Барометром называют прибор, используемый для измерения атмосферного давления (от греч. baros – тяжесть и metron, metreo – мера, измерение) – дословно «измеряющий тяжесть». Сейчас атмосферное давление измеряют в паскалях (сокращенно Па), но одновременно пользуются и миллиметрами ртутного столба – 760 мм рт. столба = 1010 гПа (гектопаскалей). Греческая приставка «гекто» (hekation) означает сто: 1 гПа = 100 Па.

Барометр-анероид (анероид – безжидкостный) (рис. 16, 17) построен по принципу абсолютного деформационного барометра, предназначен для определения атмосферного давления и используется для проведения опытов при температурах от +5 до $+35^{0}$С и относительной влажности до 80%. **Прибор имеет две шкалы – одна из них проградуирована в ГПа, другая – в мм. рт. ст.** Диапазон измеряемого давления: от 720 до 780 мм. рт. ст; от 96000 до 104000 Па. **Цена наименьшего деления шкалы: 1 мм. рт. ст; 100 Па.**

Рис. 16. Барометр-анероид

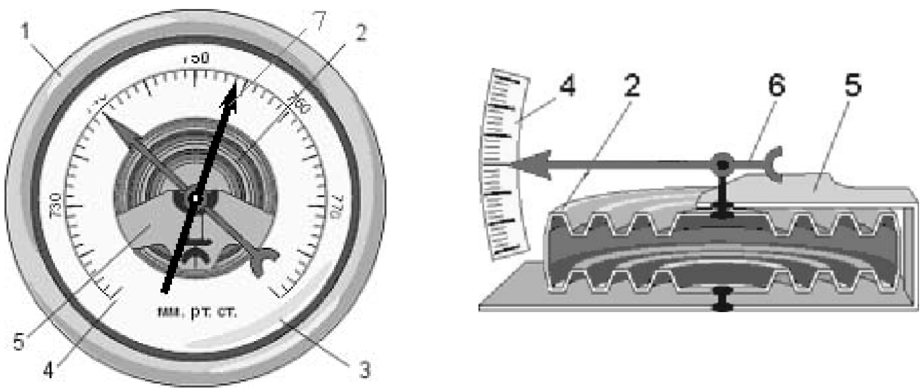


Рис. 17. Устройство барометра-анероида:
1 – корпус; 2 – анероидные коробки; 3 – стекло; 4 – шкала; 5 – стальная пружина; 6 – отсчетная стрелка; 7 – фиксирующая стрелка

Устройство и принцип работы: приемную часть прибора (рис. 17) составляют две анероидные коробки ***2***, растянутые стальной пружиной ***5*** и соединенные вместе. Для увеличения эластичности, коробки имеют кольцевые концентрические гофры. Воздух из коробок откачан до определенного давления. Действие барометра-анероида основано на свойствах мембранных коробок реагировать на изменение атмосферного давления.

При повышении атмосферного давления коробки сжимаются, а при понижении растягиваются. Этот ход коробок передается посредством системы рычагов и нитки на ось отсчетной стрелки ***6***. В центре корпуса вмонтирована фиксирующая стрелка ***7***, служащая для фиксации исходного отсчета по шкале. Конец стрелки передвигается по шкале ***4***. Все детали барометра помещены внутрь корпуса ***1***, закрытого спереди стеклом ***3***.

Порядок работы с прибором: для работы барометр-анероид подвешивается в вертикальном положении, в месте, защищенном от прямых солнечных лучей и резких колебаний температуры. При отсчете показаний луч зрения наблюдателя должен быть перпендикулярен участку шкалы, на котором отсчитывается показание стрелки. Перед снятием показаний необходимо слегка постучать пальцем по стеклу барометра-анероида для устранения трения в рычажной передаче.

Свойство анероидных коробок таково, что барометр-анероид с течением времени меняет свои показания. Поэтому желательно не реже одного раза в год производить сверку показаний барометра-анероида с показаниями ртутного барометра либо размещать заказ на поверку прибора специалистам органов стандартизации и метрологии либо специалистам гидро-метеослужбы. В случае самостоятельно осуществляемой поверки, отчетную стрелку подводят в соответствии с показаниями эталонного прибора путем поворота отверткой специального винта, доступ к которому имеется со стороны дна корпуса (верхнее отверстие).

Секундомер, прибор для измерения промежутков времени в часах, минутах, секундах и долях секунды. Секундомер имеет основное механическое, электрическое или электронное устройство для отсчета времени и, кроме того, специфическое устройство пуска, остановки и возврата к нулю стрелок (цифр), которое позволяет измерять промежутки времени. В наиболее распространенных малогабаритных секундомерах (рис. 18) применяют колебательную систему баланс – спираль с периодом колебаний 0,02 или 0,04 секунды при измерении промежутков времени до нескольких минут и 0,2 или 0,4 секунды – до нескольких часов. Пуск, остановку и возврат к нулю стрелок производят нажатием заводной головки и кнопок управления. **Цена деления секундомера изображенного на рисунке 16–0,2 секунды.**

Рис. 18. Секундомер

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЯ

Задание 1

1. Расчетная формула искомой величины дана в виде:

$$\mathbf{Y = \frac{1}{4} \cdot \frac{k^2 - n^2}{k \cdot n}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY и обосновать Δk и Δn, если "к" измерялась 4 раза, а "n" – один раз.

2. Верно записать ответ, если искомая величина и ее абсолютная погрешность даны:

I = 0,76 А и ΔI =0,0011 А; a = 64,17 м/с^2 и Δa = 3 м/с^2.

L=849,73 м и ΔL = 5,1 см; T = 273,09 К и ΔT = 0,72 К.

U = 25 кВ и ΔU = 220 В; S = 85 м^2 и ΔS = 10000 см^2.

t = 17,5 ч и Δt = 0,26 ч; R = 749 Ом и ΔR=1,3 $\cdot 10^{-3}$ кОм.

Задание 2

1. Расчетная формула искомой величины дана в виде:

$$\mathbf{Z = \frac{3 \cdot a \cdot b \cdot c}{\sqrt{a + b + c}}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔZ и обосновать Δa, Δb и Δc, если величина «а» измерялась один раз, "b" – 3 раза и "c" – 10 раз.

2. Верно записать ответ, если даны искомая величина и ее абсолютная погрешность:

φ = 178,15° и Δφ = 1,1°; a = 933 м/с^2 и Δa=100 см/с^2.

V = 246 л и ΔV = 12 л; V = 946,8 м/с и ΔV = 36 км/ч.

t = 67 сут. и Δt = 40 ч; S = 475,2 км и ΔS = 86 м.

m = 763,7 кг и Δm = 8,4 кг; C = 17,14 Ф и ΔC =0,028 Ф.

Задание 3

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{L = \frac{x^2 \cdot y^3}{7 \cdot \left(x^2 + y^2\right)}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔL и обосновать Δx и Δy, если "x" измерялась 4 раза, а "y" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$V = 274{,}18$ м^3 и $\Delta V = 390$ л; $T = 18{,}18$ К и $\Delta T = 0{,}18$ К.
$h = 39{,}56$ м и $\Delta h = 0{,}0071$ м; $U = 127{,}3$ В и $\Delta U = 11$ В.
$t = 29{,}5$ ч и $\Delta t = 27$ мин; $C = 43{,}12$ мкФ и $\Delta C = 23$ мкФ.
$I = 43{,}8$ А и $\Delta I = 438$ мкА; $S = 6$м^2 и $\Delta S = 1{,}7$ м^2.

Задание 4

1. Расчетная формула дана в виде:

$$Y = \frac{7x^2 \cdot y^3}{\sqrt{x - y}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY и обосновать Δx и Δy, если "x" измерялась 3 раза, а "y" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$A = 375{,}6$ Дж и $\Delta A = 14$ Дж; $U = 25{,}366$ кВ и $\Delta U = 220$ В.
$L = 297{,}54$ км и $\Delta L = 281$ м; $S = 85$ м^2 и $S=10000$см^2.
$T = 185{,}73$ К и $\Delta T = 16$ К; $I = 0{,}67$ А и $\Delta I = 0{,}044$ А.
$R = 749$ Ом и $\Delta R = 10$ Ом; $V = 31$ м^3 и $\Delta V=1000$ дм^3.

Задание 5

1. Расчетная формула дана в виде:

$$X = \frac{4 \cdot \sqrt{a \cdot b \cdot c}}{\sqrt{a + b + c}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔX и обосновать Δa, Δb, Δc, если "a" и "b" измерялись по одному разу, а "c" – пять раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$R = 594$ кОм и $\Delta R=1200$ Ом; $P = 23{,}15$ Вт и $\Delta P=0{,}016$ Вт.
$I = 0{,}17$ А и $\Delta I = 0{,}0028$ А; $a = 437{,}289$ м/с^2 и $\Delta a = 500$мм/с^2.
$L = 147{,}12$ м и $\Delta L = 12$ см; $U = 1578$ В и $\Delta U = 23$ В.
$A = 1954$ Дж и $\Delta A = 13$ Дж; $V = 108$ км/ч и $\Delta V = 11$ м/с.

Задание 6

1. Расчетная формула дана в виде:

$$Y = x^2 \cdot z^2 \cdot \sqrt{x^2 + z^2}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY и обосновать Δx и Δz, если величина "x" измерялась три раза, а "z" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность.

I = 45,37 А и ΔI = 0,74 А; S = 853,019 м^2 и ΔS=1722 см^2.

U = 330 В и ΔU = 21 В. V = 216 км/ч и ΔV = 12 м/с.

R = 7947,1 Ом и ΔR=0,02кОм; t = 7,3 часа и Δt = 7 мин.

a = 745,28 м и Δa = 80 см; m = 61,12 кг и Δm = 154 г;

Задание 7

1. Расчетная формула дана в виде:

$$Z = \frac{8 \cdot \sqrt{c^3 + d^3}}{c - d}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔZ и обосновать Δc и Δd, если величина "c" измерялась три раза, а величина "d" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

m = 948,71 кг и Δm = 2351 г; I = 1,74 А и ΔI=1,3·10^{-3} А.

R = 18,3 кОм и ΔR = 800 Ом; C = 33,6 мкФ и ΔC =2,3 мкФ.

U = 127,7 В и ΔU = 0,63 В; S=156 м^2 и ΔS=20000см^2.

P = 937,63 мм рт. ст. и ΔP=28 мм рт. ст.; V = 945 м/с и ΔV =36 км/ч.

Задание 8

1. Расчетная формула дана в виде:

$$X = a \cdot \left(b^2 - a^2\right) \cdot \sqrt{a \cdot b}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности Δx и обосновать Δa и Δb, если величина "a" измерялась один раз "b" – четыре раза.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

T = 573,17 К и ΔT = 1,9 К; V = 54 км/ч и ΔV = 2,6 м/с;

A = 447,29 Дж и ΔA = 42 Дж; t = 24,7 ч и Δt = 15 мин.

L = 447,29 км и ΔL = 182 м; a = 9,781 м/с^2 и Δa=0,086 м/с^2.

m = 7,36 т и Δm = 148 кг. V = 3,1 м^3 и ΔV =100 см^3.

Задание 9

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{m})}{\mathbf{n}^2 + \mathbf{m}^2}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY обосновать Δn и Δm, если величина "n" измерялась пять раз, а "m" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

L = 467,29 км и ΔL = 282 м; m = 84,17 кг и Δm = 700 г;
t = 123,46 часа и Δt = 33 мин; F = 659 Н и ΔF = 11 Н;
U = 340 В и ΔU = 28 В. C = 13,8 мкФ и ΔC =1,2 мкФ.
I = 98,7 А и ΔI = 1,7 А. S = 567,08 $м^2$ и ΔS = 0,19 $м^2$.

Задание 10

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{X} = \sqrt{\mathbf{y} \cdot \mathbf{z}} \cdot (\mathbf{y}^2 + \mathbf{z}^2).$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔX и обосновать Δy и Δz, если величина "y" измерялась один раз, а величина "z" – четыре раза.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

V = 108 км/ч и ΔV = 12 м/с; P = 693 Вт и ΔP=0,07 кВт.
S = 2,5 $м^2$ и ΔS = 0,61 $м^2$; I = 53,17 А и ΔI = 2,8 А;
m = 64,7 кг и Δm = 517 г; t = 2 сут. 5 ч. и Δt = 1,7 ч.
A = 1573 Дж и ΔA = 47 Дж. C = 944 Ф и ΔC = 16 Ф.

Задание 11

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{4a}^2 \cdot \mathbf{b}^2}{\sqrt{\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY и обосновать Δa и Δb, если величина "a" измерялась один раз, "b" – четыре раза.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

a=372,91 м/$с^2$ и Δa=8,1 м/$с^2$; φ = 73,87° и Δφ = 0,16°;
U = 721,7 В и ΔU = 2,9 В; S = 156,3 $м^2$ и ΔS = 11 $м^2$.

T = 348,17 К и ΔT = 14 К; m = 1,47 т и Δm = 613 кг.
I = 6,54 А и ΔI =291 млА. R = 7,15 кОм и ΔR=600 мОм.

Задание 12

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{X = \frac{3a \cdot b^4 \cdot c}{8 \cdot (c + a)}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔX и обосновать Δa, Δb, Δc, если величина "a" измерялась один раз, "b" и "c" – четыре раза.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:
Y = 548,7 м и ΔY = 213 см; U = 220,7 В и ΔU = 3,7 В;
V = 36 км/ч и ΔV = 2,1 м/с. T = 824 К и ΔT = 8,2 К.
m = 296,6 кг и Δm = 437 г; I = 0,0369 А и ΔI = 5 млА.
F = 289,3 Н и ΔF = 0,29 Н; R=84,137 Ом и ΔR=$29 \cdot 10^{-3}$ Ом.

Задание 13

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{Z = \frac{8a \cdot b^2}{\sqrt{a^2 - b^2}}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔZ и обосновать Δa и Δb, если величина "a" измерялась один раз, а "b" – пять раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:
T = 237,19 К и ΔT = 1,7 К; U = 52 кВ и ΔU = 10^3 В;
t = 57,1 ч и Δt = 0,62 ч; R = 947 Ом и ΔR=$1,1 \cdot 10^{-3}$ кОм.
L = 739,84 м и ΔL = 5,7 см; a = 17,64 м/$с^2$ и Δa =30 мм/$с^2$.
S = 58 $м^2$ и ΔS=10000$см^2$. I = 0,67 А и ΔI =0,0012 А.

Задание 14

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{U = \frac{3 \cdot (k + n)}{k^2 \cdot n^2}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔU и обосновать Δk и Δn, если величина "k" измерялась три раза, "n" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$U = 124{,}3$ кВ и $\Delta U = 620$ В; $T = 149{,}3$ К и $\Delta T = 1{,}7$ К.

$L = 894{,}73$ м и $\Delta L = 5{,}1$ см; $S = 58$ м^2 и $\Delta S = 1000$ см^2.

$t = 15{,}7$ ч и $\Delta t = 0{,}62$ ч; $a = 183{,}7$ м/с^2 и $\Delta a = 8000$ мм/с^2.

$\varphi = 268{,}3°$ и $\Delta\varphi = 11°$; $R = 9685$ Ом и $\Delta R = 0{,}17$ кОм.

Задание 15

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{Y = \frac{4\pi \cdot k^2}{n^2 - k^2}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY и обосновать Δn и Δk, если величина "k" измерялась три раза, а "n" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$C = 18{,}6$ Ф и $\Delta C = 0{,}13$ Ф; $F = 798{,}456$ Н и $\Delta F = 23$ Н.

$V = 144$ км/ч и $\Delta V = 1{,}7$ м/с. $S = 25{,}72$ м^2 и $\Delta S = 1{,}6$ м^2;

$m = 374{,}11$ т и $\Delta m = 719$ кг; $X = 2345$ м и $\Delta X = 0{,}027$ км.

$I = 9{,}38$ А и $\Delta I = 0{,}13$ А; $t = 24{,}1$ ч. и $\Delta t = 0{,}01$ сут.

Задание 16

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{Z = \frac{a^2 \cdot \left(a^2 + b^2\right)}{a^2 - b^2}}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔZ и обосновать Δa и Δb, если величина «a» измерялась один раз, величина «b» – пять раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$I = 23{,}13$ А и $\Delta I = 21$ мА; $L = 543{,}76$ м и $\Delta L = 18$ см.

$T = 32{,}08$ К и $\Delta T = 0{,}83$ К; $A = 40{,}91$ Дж и $\Delta A = 12$ Дж.

$U = 748{,}7$ В и $\Delta U = 13$ В; $m = 574{,}81$ г и $\Delta m = 9{,}1 \cdot 10^{-4}$ кг.

$R = 561{,}12$ Ом и $\Delta R = 1{,}7$ Ом; $g = 9{,}8$ м/с^2 и $\Delta g = 110$ см/с^2.

Задание 17

1. Расчетная формула дана в виде:

$$X = \frac{\pi \cdot k \cdot n^4}{8 \cdot (k - n)}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔX и обосновать Δk и Δn, если величина "k" измерялась четыре раза, "n" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

A = 375,6 Дж и ΔA = 42 Дж; V = 31 $м^3$ и ΔV = 1000 $дм^3$.
T = 185,73 K и ΔT = 16 K; S = 85 $м^2$ и ΔS = 10000$см^2$.
U = 25,366 кВ и ΔU = 220 В; L = 297,54 км и ΔL = 1000 дм.
I = 0,67 А и ΔI = 0,044 А; R = 749 Ом и ΔR =$1,3 \times 10^{-3}$ кОм.

Задание 18

1. Расчетная формула дана в виде:

$$Y = \frac{\sqrt{3 \cdot a \cdot b}}{a^3 - b^3}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔY и обосновать Δa и Δb, если величина "a" измерялась один раз, а "b" – семь раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

X = 173,5 м и ΔX = 80 см; U = 52,663 В и ΔU = 0,017 В.
F = 946,13 Н и ΔF = 12 Н; C = 43,7 Ф и ΔC= 600 мФ.
I = 1,76 А и ΔI =0,0033 А; S = 58 $м^2$ и ΔS = 11000 $см^2$.
V = 844,5 м/с и ΔV =36 км/ч; R = 947 Ом и ΔR=$2,1 \times 10^{-3}$ кОм.

Задание 19

1. Расчетная формула дана в виде:

$$Z = \frac{1}{\pi} \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔZ и обосновать Δa и Δb, если величина "a" измерялась пять раз, а "b" – один раз.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

t = 76 суток и Δt = 28 ч; V = 743,12 л и ΔV = 38 л.
T = 36,5 °C и ΔT = 0,18 °C; U = 220,7 В и ΔU = 1,9 В.
φ = 15,178° и $\Delta\varphi$ = 2,18°; a = 933 м/$с^2$ и Δa = 110 см/$с^2$.
I = 17,17 А и ΔI = 0,17 А; R = 1234 Ом и ΔR = 21 Ом.

Задание 20

1. Расчетная формула дана в виде:

$$\mathbf{X} = \frac{(\mathbf{d} - \mathbf{c}) \cdot \mathbf{d}^3 \cdot \mathbf{b}^3}{\mathbf{d} + \mathbf{c}}, \text{ b=const.}$$

Получить рабочую формулу для расчета абсолютной погрешности ΔX и обосновать Δd и Δc, если величина "d" измерялась один раз, "c" – три раза.

2. Верно записать ответ, если дана искомая величина и ее абсолютная погрешность:

$U = 1749{,}3$ В и $\Delta U = 130$ В; $S = 40{,}9$ м^2 и $\Delta S = 1{,}47$ м^2.

$A = 1{,}3\times10^3$ Дж и $\Delta A = 810$ Дж; $R = 549$ кОм и $\Delta R = 1355$ Ом.

$I = 51{,}32$ А и $\Delta I = 0{,}018$ А; $h = 449$ м и $\Delta h = 3{,}7\cdot10^{-3}$ км.

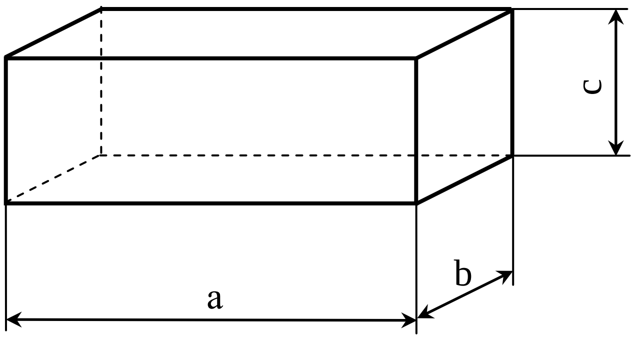
$F = 749{,}1$ Н и $\Delta F = 0{,}91$ Н; $V = 850$ м/с и $\Delta V = 36$ км/ч.

6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ»

ВАРИАНТ А

Цель: научиться пользоваться штангенциркулем и микрометром; научиться оценивать точность полученного измерения, применяя теорию погрешностей.

Приборы: микрометр;
штангенциркуль;
измеряемое тело (образец).



Рабочая формула: **V=a · b · c,**

где V – объем образца, мм^3;
a – длина образца, мм;
b – ширина образца, мм;
c – высота образца, мм.

a, мм	b, мм	$b_{ср}$, мм	c, мм	$c_{ср}$, мм	V, мм^3	ΔV, мм^3	ε, %

Порядок выполнения работы

1. Измерить длину прямоугольника штангенциркулем 1 раз. Измерить ширину 7 раза штангенциркулем, высоту – 5 раз микрометром.
2. Рассчитать объем тела V.
3. Произвести расчет абсолютной погрешности ΔV по методу косвенных измерений.
4. Записать правильную запись конечного ответа $V = (V \pm \Delta V)$ $мм^3$.
5. Произвести расчет относительной погрешности ε.
6. Сделать вывод по работе.

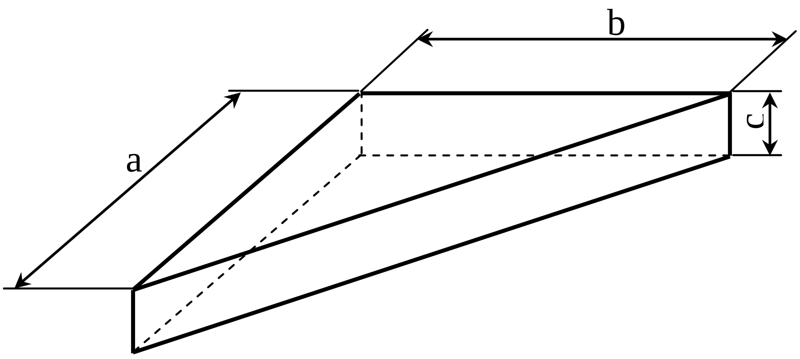
Контрольные вопросы

1. Виды измерений. Классификация погрешностей.
2. Какие методики расчета погрешности Вы знаете? От чего зависит выбор метода расчета?
3. Правильная запись конечного ответа на примере задания для контроля.
4. Требования, предъявляемые к построению графиков:
5. Простейшие измерительные приборы: устройство и принцип работы.

ВАРИАНТ Б

Цель: научиться пользоваться штангенциркулем и микрометром; научиться оценивать точность полученного измерения, применяя теорию погрешностей.

Приборы: микрометр;
штангенциркуль;
измеряемое тело.



Рабочая формула: $$\mathbf{V=\frac{1}{2}\,a \cdot b \cdot c,}$$

где V – объем тела, мм^3;
a – длина тела, мм;
b – ширина тела, мм;
c – высота тела, мм.

a, мм	b, мм	$b_{ср}$, мм	c, мм	$c_{ср}$, мм	V, мм^3	ΔV, мм^3	ε, %

Порядок выполнения работы

1. Измерить длину треугольника штангенциркулем 1 раз. Измерить ширину 4 раза штангенциркулем, высоту –7 раз микрометром.

2. Рассчитать объем тела V.

3. Произвести расчет абсолютной погрешности ΔV по методу косвенных измерений.

4. Записать правильную запись конечного ответа $V = (V \pm \Delta V)$ мм^3.

5. Произвести расчет относительной погрешности ε.

6. Сделать вывод по работе.

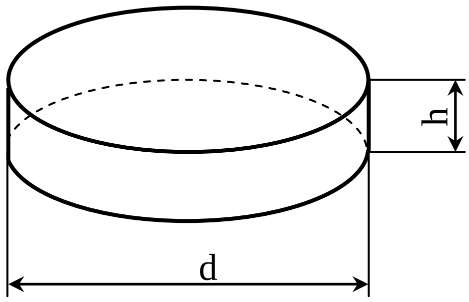
Контрольные вопросы

1. Виды измерений. Классификация погрешностей.
2. Какие методики расчета погрешности Вы знаете? От чего зависит выбор метода расчета?
3. Правильная запись конечного ответа на примере задания для контроля.
4. Требования, предъявляемые к построению графиков:
5. Простейшие измерительные приборы: устройство и принцип работы.

ВАРИАНТ С

Цель: научиться пользоваться штангенциркулем и микрометром; научиться оценивать точность полученного измерения, применяя теорию погрешностей.

Приборы: микрометр;
штангенциркуль;
измеряемое тело (цилиндр).



Рабочая формула: $$\mathbf{V = \frac{\pi d^2 h}{4}},$$

где V – объем цилиндра, мм^3;
d – диаметр цилиндра, мм;
h – высота цилиндра, мм.

d, мм	$d_{ср}$, мм	h, мм	$h_{ср}$, мм	V, мм^3	ΔV, мм^3	ε, %

Порядок выполнения работы

1. Измерить диаметр цилиндра штангенциркулем 7 раз. Измерить высоту цилиндра 6 раза микрометром.
2. Рассчитать объем тела V.
3. Произвести расчет абсолютной погрешности ΔV по методу косвенных измерений.
4. Записать правильную запись конечного ответа $V = (V \pm \Delta V)$ мм^3.
5. Произвести расчет относительной погрешности ε.
6. Сделать вывод по работе.

Контрольные вопросы

1. Виды измерений. Классификация погрешностей.
2. Какие методики расчета погрешности Вы знаете? От чего зависит выбор метода расчета?
3. Правильная запись конечного ответа на примере задания для контроля.
4. Требования, предъявляемые к построению графиков:
5. Простейшие измерительные приборы: устройство и принцип работы.

(образец титульного листа)

Министерство образования и науки РФ
Национальный исследовательский
Томский политехнический университет
Юргинский технологический институт

Кафедра ЕНО
Физика

Лабораторная работа №6
Изучение равноускоренного движения на машине Атвуда

Исполнитель:
студент гр. 10А61 (*подпись*) А.А. Иванов
10.04.2016

Руководитель:
Должность, уч. степень И.О. Фамилия

Юрга – 2016

ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

1. Цель работы.

2. Приборы с характеристиками (приборы пишутся в столбик, а характеристики – рядом в круглых скобках). У измерительных приборов характеристикой является цена деления (самое маленькое деление на шкале), а у электроизмерительных их три: цена деления, максимальное возможное показание прибора, класс точности.

Пример: линейка (1 мм)
амперметр (3 А; 150 А; 1,5 %)

3. Схема, рисунок или чертеж.

4. Рабочая(ие) формула(ы) с пояснением величин в нее входящих и их размерности.

Пример: $V=a \cdot b \cdot c$
V – объем тела, $м^3$;
a – длина тела, м;
b – ширина тела, м;
c – высота тела, м.

5. Таблица(ы) результатов измерений и расчетов.

6. Расчет искомой величины.

7. Расчет абсолютной погрешности.

8. Правильная запись конечного ответа: $X=(X \pm \Delta X)$.

9. Расчет относительной погрешности.

10. Построение графика (если требуется в работе).

11. Вывод.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ПУАЗЕЙЛЯ

Цель работы: опытно определить коэффициент внутреннего трения воды при комнатной температуре.

Приборы: сосуд с водой;
мерный стакан;
секундомер;
линейка.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Ламинарное течение (от лат. lamina – пластинка), упорядоченное течение жидкости или газа, при котором жидкость (газ) перемещается как бы слоями, параллельными направлению течения. Ламинарное течение наблюдаются или у очень вязких жидкостей, или при течениях, происходящих с достаточно малыми скоростями, а также при медленном обтекании жидкостью тел малых размеров. С увеличением скорости движения данной жидкости ламинарное течение может в некоторый момент перейти в неупорядоченное турбулентное течение.

Турбулентное течение (от лат. turbulentus – бурный, беспорядочный), форма течения жидкости или газа, при которой происходит интенсивное перемешивание движущихся слоев жидкости или газа.

При ламинарном (слоистом) течении жидкости по трубам, в ручьях и реках ее слои скользят друг по другу со скоростями, возрастающими к центру, где скорость наибольшая. Такое изменение скорости при переходе от слоя к слою объясняется действием силы внутреннего трения. Природа этой силы заключается в том, что молекулы из более быстрого слоя передают молекулам медленного слоя некоторое количество движения, вследствие чего последний начинает двигаться быстрее, а отдавший – тормозится. Рассмотрим жидкость, текущую по трубе вдоль оси X (рис. 1).

Слои жидкости, отстоящие на расстоянии ΔZ друг от друга, текут со скоростями, отличающимися на $\Delta\vec{\upsilon}$. Отношение $\Delta\vec{\upsilon}/\Delta Z$ характеризует изменение скорости потока в направлении оси ΔZ и называется *градиентом скорости*. Сила трения между этими слоями пропорциональна площади их соприкосновения ΔS и градиенту скорости $\Delta\vec{\upsilon}/\Delta z$, т. е.

$$F_{тр} = \eta \cdot \Delta S \cdot \frac{\Delta\upsilon}{\Delta z} \rightarrow \eta = \frac{F_{тр}}{\Delta S \cdot \frac{\Delta\upsilon}{\Delta z}}, \tag{1}$$

где η – коэффициент внутреннего трения или коэффициент динамической вязкости.

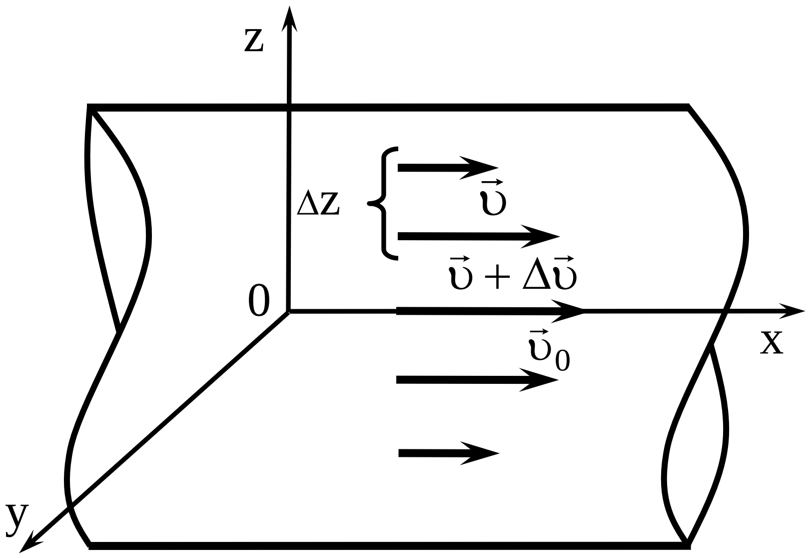


Рис. 1. Ламинарное течение жидкости в трубе

Из формулы (1) следует, что *физический смысл коэффициента внутреннего трения* сводится к силе трения, возникающей между двумя слоями жидкости площадью по 1 м^2, движущихся один относительно другого с градиентом скорости, равным 1 м/с на 1 м.

$$\text{В СИ } [\eta] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{м} \cdot \text{с}}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

В данной работе коэффициент внутреннего трения находится методом протекания жидкости по капиллярной трубке. Согласно закону Пуазейля объем V вытекающей по капилляру жидкости выражается формулой

$$V = \frac{\pi\, r^4\, t\, P}{8\, L\, \eta}, \tag{2}$$

из которой

$$\eta = \frac{\pi\, r^4 t\, P}{8LV}, \qquad (3)$$

где r – радиус капилляра;

t – время истечения жидкости;

P – давление, под которым течет жидкость;

L – длина трубки.

На рис. 2 дана схема рабочей установки.

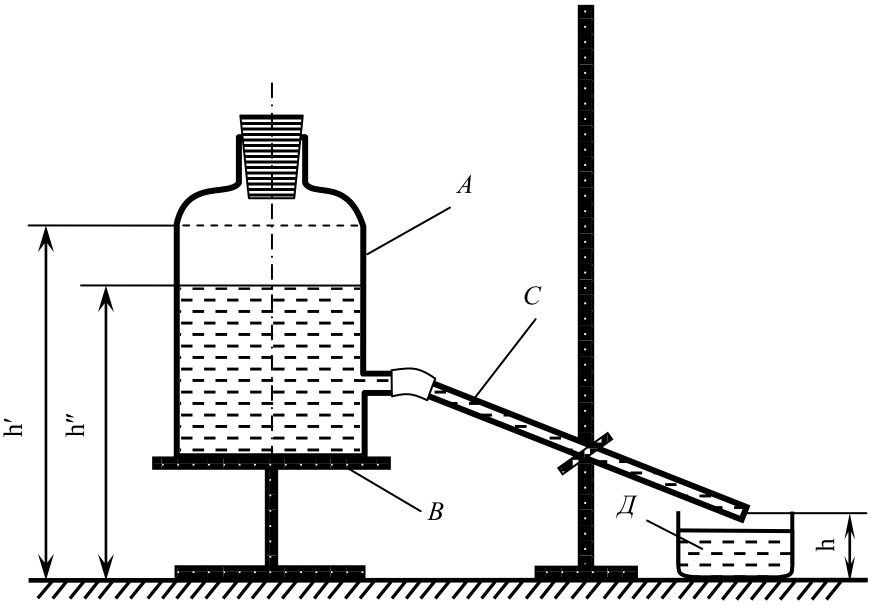


Рис. 2. Схема рабочей установки

Сосуд *А* с водой стоит на столике *В*. С сосудом соединена капиллярная трубка *С*, по которой вода течет в мерный стакан *Д*. Давление P, под которым вытекает вода, зависит от трех высот: h′ – высота уровня жидкости в сосуде до вытекания; h″ – высота уровня жидкости после вытекания; h – высота конца трубки. Все высоты берутся от плоскости лабораторного стола. Разность высот уровней, определяющая среднее давление воды $P = \rho g H_{ср}$, выражается формулой:

$$\mathbf{H_{ср}} = \frac{(\mathbf{h'} - \mathbf{h}) + (\mathbf{h''} - \mathbf{h})}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{h'} + \mathbf{h''}}{\mathbf{2}} - \mathbf{h} \text{ – } \textbf{рабочая формула}, \qquad (4)$$

где ρ – плотность воды;

g – ускорение свободного падения.

Тогда расчетная формула примет вид:

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{\pi\rho g H_{ср} r^4 t}}{\mathbf{8LV}} \text{ – } \textbf{рабочая формула}. \qquad (5)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Измерьте значение h'.
3. Положите свободный конец трубки на край мерного стакана и с первой каплей включите секундомер.
4. Измерьте значение h в момент истечения жидкости.
5. По истечении заданного времени выключите секундомер и закройте пальцем конец трубки. Положите трубку на держатель штатива.
6. Измерьте h'', вылейте воду в мерный стакан для определения объёма вытекшей жидкости.
7. Рассчитайте значение $\mathbf{H_{ср}}$ по формуле (4) и $\boldsymbol{\eta}$ по формуле (5).
8. Найдите абсолютную и относительную погрешности, запишите ответ и сделайте вывод по работе.

Таблица 1

h', м	h'', м	h, м	ρ, кг/м^3	r, м	t, с	L, м	V, м^3	η, Па·с	$\Delta\eta$, Па·с	ε, %

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Какое течение жидкости называют ламинарным, турбулентным? От чего зависит характер течения?
2. Чем объясняется внутреннее трение в жидкостях?
3. Чему равна скорость слоев жидкости, прилегающих к стенке трубы?
4. Каков физический смысл коэффициента внутреннего трения?
5. Зависит или нет коэффициент вязкости от температуры жидкости? Ответ обосновать.
6. Что является единицами вязкости в системе СИ?

Блок II

7. Сформулируйте закон Пуазейля.
8. В чём состоит метод Пуазейля? Какие ещё Вам известны методы определения коэффициента вязкости жидкости.
9. Какие приборы используют для определения коэффициента внутреннего трения жидкости? На чём основан принцип их работы?

10. Почему вязкость обусловлена явлением переноса импульса? Ответ обосновать.
11. В чем состоит основное различие между вязкостью газа и вязкостью жидкости?

Блок III

12. Почему для разряженных газов понятие вязкости теряет смысл?
13. Как коэффициент вязкости жидкости зависит от размеров капилляра?
14. Можно ли заменить капилляр металлической трубкой прямоугольного сечения?
15. Как зависит коэффициент внутреннего трения жидкости от температуры? Можно ли определить влияние температуры на данной лабораторной установке?
16. Почему погрешность определения радиуса капилляра должна быть наименьшей из погрешностей всех других величин, измеряемых в работе?
17. Как изменится коэффициент внутреннего трения воды, в которую добавили частицы минеральных солей, например $NaCl$?
18. Как изменится коэффициент внутреннего трения, если в воду добавить хорошо смешиваемую с ней жидкость?
19. Где в технике используются значения коэффициентов вязкости жидкости?
20. На столе стоит сосуд, в боковую поверхность которого вставлен горизонтальный капилляр на высоте 5 см от дна сосуда. Внутренний радиус капилляра 1 мм и длина 1 см. В сосуд налито машинное масло, плотность которого 900 кг/м^3 и динамическая вязкость 0,5 Па·с. Уровень масла в сосуде поддерживается на высоте 50 см выше капилляра. Найти, на каком расстоянии от конца капилляра (по горизонтали) струя масла падает на стол (1 см).
21. Каково должно быть по классической теории отношение γ для аргона, азота, углекислого газа?
22. Вычислить: удельные теплоёмкости смеси газов состоящего из 10 г водорода и 14 г азота; показатель адиабаты для смеси газов, содержащей гелий массой 8 г и водород массой 2 г.
23. Определить удельные теплоёмкости некоторого газа, если известно, что этот газ при нормальных условиях имеет удельный объем 0,7м^3/кг. Что это за газ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ $C_p:C_v$ ДЛЯ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА

Цель работы: опытно найти значение показателя адиабаты для воздуха.

Приборы: баллон с краном;
водяной манометр;
воздушный насос.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания тела на 1 К $C = \frac{Q}{\Delta T}$.

Молярная теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К $C_m = \frac{Q}{\nu \Delta T}$.

Удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К $c = \frac{Q}{m\Delta T}$.

Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением c = C/M, где M – молярная масса. Выделяют теплоемкости при постоянном объеме C_v и постоянном давлении C_p, если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживается постоянным. Теплоемкость при постоянном давлении больше теплоемкости при постоянном объеме, т. к. нагревание при постоянном давлении требует затраты тепловой энергии на работу расширения газа. Для одного моля газа

$$C_p - C_v = R, \quad (1)$$

где R = 8,3 Дж/К·моль – универсальная газовая постоянная.

Опытное определение C_p и C_v довольно затруднительно, но при изучении многих процессов в газах необходимо знать их отношение, величина которого одинакова как для молярных, так и для удельных теплоемкостей одного и того же газа. Это отношение играет большую роль в термодинамике, им определяется скорость распространения звука в газах, от него зависит течение газов по трубам, особенно при больших скоростях в расширяющихся трубах. Оно входит в уравнение

Пуассона, которое описывает адиабатический (или адиабатный) процесс в газах.

Адиабатным называется процесс, происходящий без теплообмена газа с окружающей средой. Всякое быстрое изменение объема газа можно с достаточным приближением считать адиабатным процессом: чем быстрее происходит этот процесс, тем ближе он к адиабатному. Для этого процесса первое начало термодинамики имеет вид:

$$dU + dA = 0 \to dA = -dU = -C_V dT, \tag{2}$$

т. е. работа совершается только за счет изменения внутренней энергии системы. Для любого состояния одного моля газа справедливо уравнение Клапейрона-Менделеева

$$PV = RT, \tag{3}$$

где P – давление газа;

V – его объем;

T – абсолютная температура.

Из соотношений (1), (2), (3) можно получить уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$PV^{\gamma} = \text{const}, \tag{4}$$

где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ – показатель адиабаты.

Для нахождения γ Николя Клеман и Шарль-Бернар Дезорм предложили в 1819 году простой метод, основанный на адиабатном расширении газа. Схема установки представлена на рис. 1.

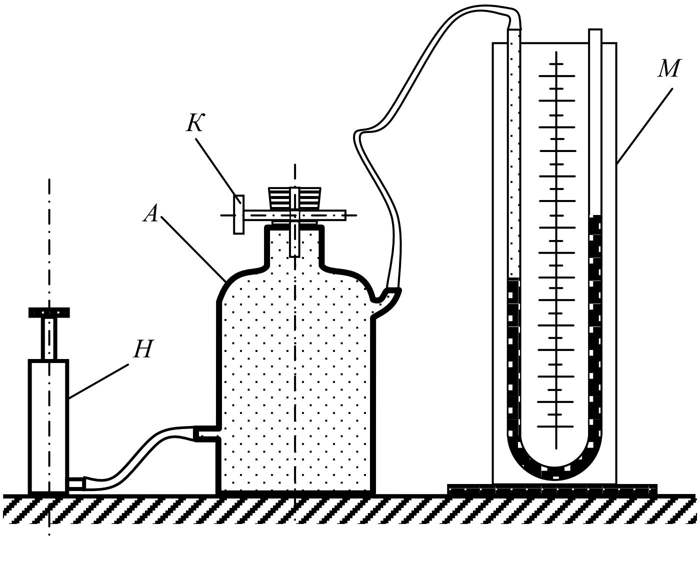


Рис. 1. Схема рабочей установки

Стеклянный баллон *А* соединен с манометром *М* и насосом *Н*.

С помощью крана *К* баллон соединяется с атмосферой. При закрытом кране *К* накачаем некоторое количество воздуха в баллон, давление в нем станет выше атмосферного, и температура тоже повысится за счет работы сжатия газа. Через некоторое время температура газа в баллоне понизится до температуры окружающего воздуха благодаря теплопроводности стенок, и произойдет понижение давления, но оно будет выше атмосферного P_0 на величину $\rho g h_1$, где ρ – плотность жидкости в манометре; g – ускорение силы тяжести; h_1 – разность уровней жидкости в манометре до адиабатного расширения. На графике (рис. 2) в координатах P и V этому состоянию соответствует точка 1 с координатами P_1,V_1,T_1. Откроем кран *К* на короткое время, в течение которого не успеет произойти теплообмен с внешней средой, и процесс будет почти адиабатным. В конце процесса давление воздуха станет равным атмосферному ($P_2=P_0$), а температура T_2 ниже T_1, т. к. работа расширения газа совершается за счет уменьшения его внутренней энергии. На графике этому состоянию соответствует точка 2 с координатами P_0,V_2,T_2.

Через малое время воздух в баллоне нагреется до температуры T_1, объем останется V_2, а давление возрастет до $P_3=P_0+\rho g h_2$, где h_2 – разность уровней жидкости в манометре после адиабатного расширения. На графике этому состоянию соответствует точка 3 с параметрами P_3,V_2,T_1.

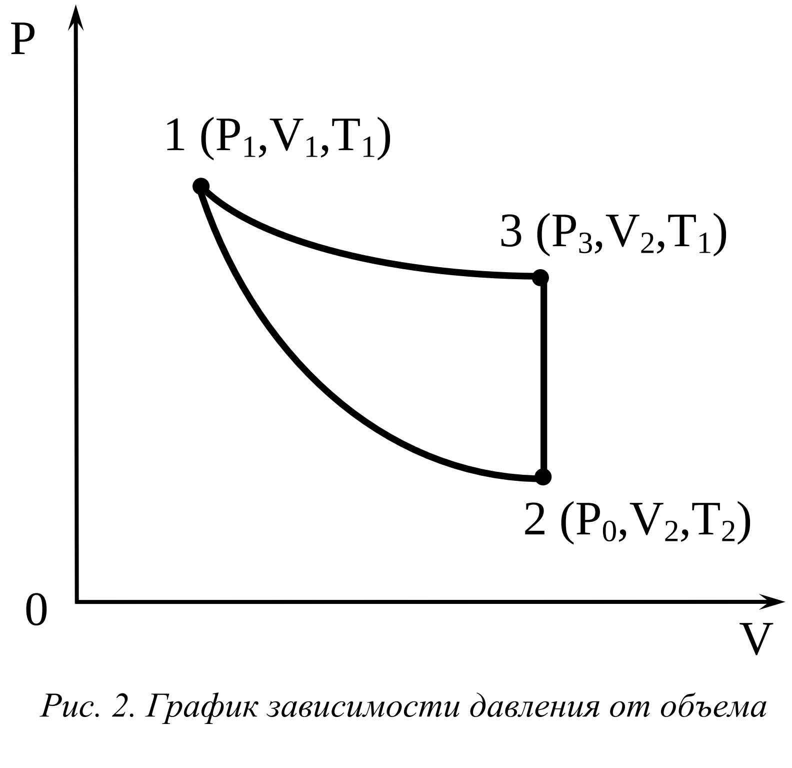


Рис. 2. График зависимости давления от объема

Для адиабатного процесса 1→2 справедливо уравнение Пуассона:

$$P_1V_1^{\gamma} = P_0V_2^{\gamma}. \tag{5}$$

Переход из первого состояния в третье мог бы произойти изотермически, для него справедливо уравнение Бойля-Мариотта:

$$P_1V_1 = P_3V_2. \tag{6}$$

Возведем уравнение (6) в степень γ и поделим его на уравнение (5):

$$\frac{P_1^{\gamma}}{P_1} = \frac{P_3^{\gamma}}{P_0} \text{ или } \left(\frac{P_1}{P_3}\right)^{\gamma} = \frac{P_1}{P_0}. \tag{7}$$

Логарифмируем (7): $\gamma \ln\frac{P_1}{P_3} = \ln\frac{P_1}{P_0} \rightarrow$

$$\gamma = \frac{\ln\frac{P_1}{P_0}}{\ln P_1 - \ln P_3} = \frac{\ln\frac{P_0 + \rho g h_1}{P_0}}{\ln\left(P_0 + \rho g h_1\right) - \ln\left(P_0 + \rho g h_2\right)} = \frac{\ln\left(1 + \frac{\rho g h_1}{P_0}\right)}{\ln\left(1 + \frac{\rho g h_1}{P_0}\right) - \ln\left(1 + \frac{\rho g h_2}{P_0}\right)}.$$

$$\frac{\rho g h_1}{P_0} \text{ и } \frac{\rho g h_2}{P_0} << 1.$$

Тогда разложив логарифмы в ряд Тэйлора, ограничимся первыми членами ряда и получим

$$\boldsymbol{\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}} \text{ – **рабочая формула.**} \tag{8}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Закройте кран *К*, накачайте в баллон воздух так, чтобы разница между уровнями жидкости в манометре была примерно 10÷15 см. Подождите пока жидкость в манометре успокоится и запишите значение h_1.
3. Откройте кран на 2÷3 с и снова закройте (лучше медленно поверните кран на 180°), дождитесь успокоения жидкости и запишите h_2.
4. Откройте кран, чтобы уровни жидкости стали одинаковыми, закройте его, повторите все по п.п. 1 и 2.
5. Повторите опыт 10 раз, занося результаты в таблицу.

6. По каждому опыту рассчитайте γ по рабочей формуле, найдите $\gamma_{ср}$.

7. Рассчитайте абсолютную погрешность $\Delta\gamma_{ср}$, запишите ответ и рассчитайте относительную погрешность.

8. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

№оп	h_1, см	h_2, см	γ	$\gamma_{ср}$	$\Delta\gamma_{ср}$	ε, %
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Какой процесс называют адиабатным? Приведите примеры.
2. Что такое степени свободы, какие они бывают, от чего зависит их число у молекул газа?
3. Запишите и прокомментируйте уравнение Пуассона. Как определяется показатель адиабаты через теплоёмкости? Через число степеней свободы? В данной работе?
4. Что называется удельной, молярной теплоемкостями и просто теплоемкостью? Каков физический смысл этих величин?
5. Как связаны молярная и удельная теплоемкости?
6. На чём основан метод Клемана-Дезорма? В чём сущность этого метода?

Блок II

7. Что называют изопроцессами в газе? Какие изопроцессы в идеальном газе Вы знаете?

8. Запишите и объясните законы для каждого из изопроцессов.
9. Как записывается первое начало термодинамики для изопроцессов?
10. Как влияет объём баллона на показатель адиабаты?
11. Почему h_1 устанавливается не сразу после того, как накачивают воздух в баллон?
12. Каковы причины отклонения экспериментального значения показателя адиабаты от теоретического? Каков физический механизм этих причин?

Блок III

13. Как влияет объём баллона на показатель адиабаты?
14. Почему h_1 устанавливается не сразу после того, как накачивают воздух в баллон?
15. Почему адиабата (в координатах P,V) идёт круче изотермы?
16. При адиабатном сжатии 8 моль гелия в цилиндре компрессора была совершена работа А = 1 кДж. Определите изменение температуры газа.
17. Как по степеням свободы найти теоретический показатель адиабаты? Найдите его, сравните с опытным и сделайте вывод.
18. Каково должно быть по классической теории отношение γ для аргона, азота, углекислого газа?
19. Вычислить: удельные теплоёмкости смеси газов состоящего из 10 г водорода и 14 г азота; показатель адиабаты для смеси газов, содержащей гелий массой 8 г и водород массой 2 г.
20. Определить удельные теплоёмкости некоторого газа, если известно, что этот газ при нормальных условиях имеет удельный объем 0,7м^3/кг. Что это за газ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ДИСКА ИЗ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: найти момент инерции диска, не используя его габариты – массу и радиус.

Приборы: диск на вертикальной проволоке;
четыре цилиндра;
весы;
секундомер;
штангенциркуль.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Для любого реального тела *момент инерции* относительно оси, проходящей через его центр масс, находится как сумма произведений элементарных масс, на которые можно мысленно разбить это тело, на квадраты расстояний этих масс до оси вращения, т. е.

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \Delta r_i^2 . \quad (1)$$

Момент инерции однородного диска относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска, равен

$$I = \frac{1}{2} mR^2, \quad (2)$$

где m – масса диска,
R – его радиус.

В данной работе диск несвободен, следовательно, его момент инерции можно определить лишь опытно. На рис. 1 показана рабочая установка. Если диск повернуть вокруг проволоки на небольшой угол, то в проволоке возникнет упругая деформация кручения, которую можно охарактеризовать крутящим моментом M. Если диск отпустить, то под действием этого момента он начнет возвращаться в исходное положение, но, достигнув его, по инерции будет продолжать движение, и проволока закрутится в противоположную сторону.

Будут происходить крутильные колебания с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{M}}\,. \qquad (3)$$

Формула (3) дается без вывода, т. к. в работе по ней расчет не производится. Крутящий момент М найти сложно. Он зависит от длины и сечения проволоки, от ее материала, поэтому в работе он исключается в результате математических преобразований. Диск колеблется сначала без грузов, а затем с грузами, соответственно запишем два периода полных колебаний:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{M}} \quad \text{и} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{M}}\,, \qquad (4)$$

где I_1 – момент инерции диска без грузов;

I_2 – момент инерции диска с грузами;

М – крутящий момент проволоки.

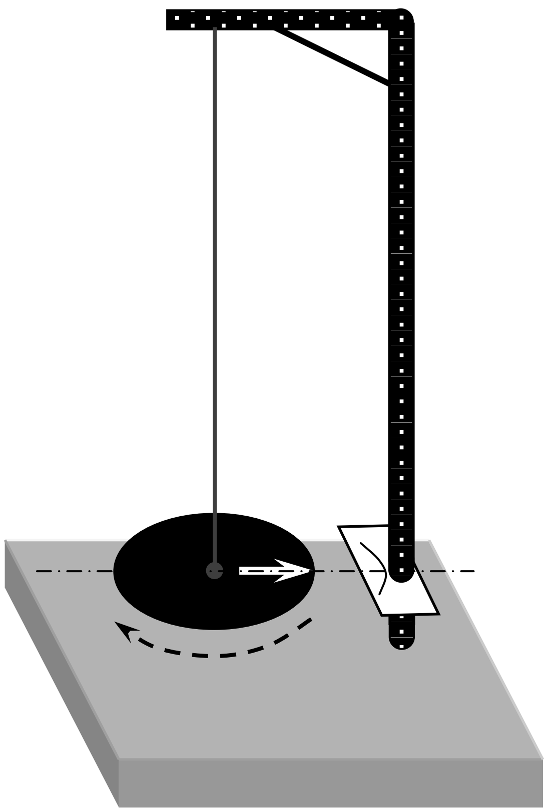


Рис. 1. Схема рабочей установки

Возведем в квадрат обе части периодов и, поделив одну формулу на другую, получим:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{I_1}{I_2} \to I_1 = I_2\,\frac{T_1^2}{T_2^2}\,. \qquad (5)$$

Момент инерции диска с грузами найдем по формуле $I_2 = I_1 + I_{гр}$. Грузы колеблются вокруг оси, не проходящей через их центры масс, следовательно, $I_{гр}$ найдем по теореме Штейнера

$$I_{\text{ãð}} = \frac{1}{2}mr^2 + m\ell^2 = m\left(\frac{r^2}{2} + \ell^2\right), \tag{6}$$

где m – масса всех цилиндров вместе,
r – радиус цилиндра,
ℓ – расстояние между осями проволоки и цилиндра.

$$\mathbf{I_1 = m\left(\frac{r^2}{2} + \ell^2\right)\frac{T_{1ср}^2}{T_{2ср}^2 - T_{1ср}^2}} \text{ – **рабочая формула**.} \tag{7}$$

Период колебаний находится по формуле

$$\mathbf{T = \frac{t}{n}} \text{ – **рабочая формула**,} \tag{8}$$

где n – число полных колебаний диска,
t – время этих колебаний.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Приложив пару сил к диску (ладонями по касательной), поверните его так, чтобы стрелка указателя не вышла за пределы шкалы на стойке прибора, и отпустите. Отсчитайте n_1 полных колебаний диска и время t_1 этих колебаний (отсчет можно начинать не в момент пуска, а чуть позже). Опыт проведите три раза, занося значения времени колебаний в таблицу.
3. Вверните четыре (или два, но симметрично) цилиндра в диск и трижды повторите все по п. 2.
4. Взвесьте опытные цилиндры, найдите средний радиус $r_{ср}$ цилиндров и рассчитайте среднее расстояние между осями цилиндров и осью проволоки, т. е. $\ell_{ср}$.
5. Рассчитайте $T_{1ср}$, $T_{2ср}$ и I_1.
6. Найдите абсолютную погрешность ΔI_1 по методу косвенных измерений, запишите ответ и рассчитайте относительную погрешность опыта.
7. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

№ оп	n_1	t_1, с	T_1, с	$T_{1ср}$ с	n_2	t_2, с	T_2, с	$T_{2ср}$,	m, кг	$r_{ср}$, м	$\ell_{ср}$, м	I_1, $кг \cdot м^2$	ΔI_1, $кг \cdot м^2$	ε, %
1														
2	10				10									
3														

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Что называют крутильными колебаниями?
2. Где встречаются крутильные колебания?
3. Что называется моментом инерции тела? Характеристикой какого движения является эта величина?
4. Запишите теорему Штейнера в общем виде, поясните ее. Когда применяется эта теорема?
5. Запишите формулы момента инерции шара, стержня и диска, если ось вращения проходит через их центр масс.

Блок II

6. С помощью теоремы Штейнера объясните, относительно какой оси момент инерции тела минимален (максимален)?
7. Расскажите о порядке выполнения лабораторной работы и проведении измерений.
8. Как нужно проводить эксперимент в данной работе, чтобы расчетные формулы, которыми вы пользовались, были справедливы?
9. Как нужно проводить эксперимент в данной работе, чтобы расчетные формулы, которыми вы пользовались, были справедливы?

Блок III

10. Два одинаковых однородных тонких стержня массой $m = 1$ кг и длиной $l = 1$ м каждый приварили концами перпендикулярно друг к другу. Через конец одного из стержней проходит ось O, перпендикулярная плоскости стержней. Найти момент инерции получившейся детали относительно оси O.
11. Запишите формулы момента инерции шара, стержня и диска, если ось вращения проходит через их центр масс.

12. Выведете формулу для момента инерции относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр
13. Шар и однородный цилиндр одинаковой массы скатываются с наклонной плоскости с углом при основании θ с одинаковой высоты. Какое из тел достигнет основания плоскости быстрее? Ответ обосновать.
14. Определить момент инерции тонкого однородного стержня длиной $\ell = 60$ см и массой $m = 100$ г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через точку стержня, удалённую на $a = 20$ см от однородного из его концов.
15. Обруч диаметром 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стенку, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период этих колебаний.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
ИЗУЧЕНИЕ РАВНОУСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: опытно установить зависимость ускорения движения тела от его массы, найти силы натяжения нити и момент инерции блока.

Приборы: машина Атвуда с грузами;
довески;
линейка;
магнитный пускатель;
электронный секундомер.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Рассмотрим поступательное движение двух тел, соединенных нитью, перекинутой через неподвижный блок, и вращательное движение блока (рис. 1).

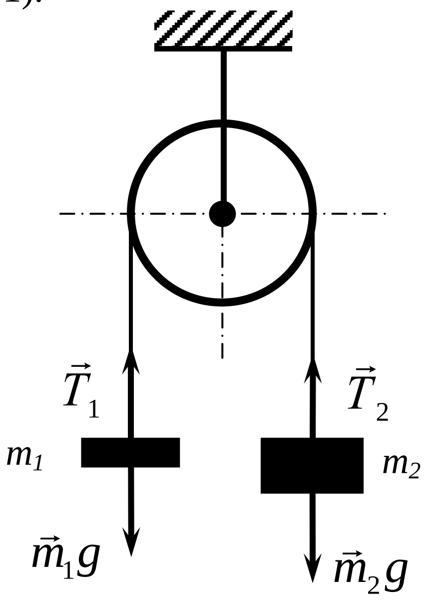


Рис. 1. Схема рабочей установки

Если пренебречь весом нити, трением в оси блока и сопротивлением воздуха, то получим следующее. Если $m_2 > m_1$ значит, система тел придет в движение, и за время t грузы пройдут путь h, двигаясь с ускорением

$$\mathbf{a = \frac{2h}{t^2}}. \quad (1)$$

Причем величина ускорения будет зависеть от массы движущегося тела. Применим 2-й закон Ньютона для тел m_1 и m_2 и блока:

$$m_1 a = T_1 - m_1 g \rightarrow \quad \mathbf{T_1 = m_1(g + a)}; \quad (2)$$

$$m_2 a = m_2 g - T_2 \rightarrow \quad \mathbf{T_2 = m_2(g - a)}; \quad (3)$$

$$I\varepsilon = (T_2 - T_1)\, r \rightarrow \quad \mathbf{I = \frac{T_2 - T_1}{\varepsilon}\, r}; \quad (4)$$

угловое ускорение блока

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{a}{r}}, \quad (5)$$

где T_1 и T_2 – силы натяжения нити;

I – момент инерции блока;

r – радиус блока;

a – линейное ускорение тел;

$g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения;

m_1 и m_2 – массы движущихся тел.

Общий вид прибора «машина Атвуда» приведен на рис. 2.

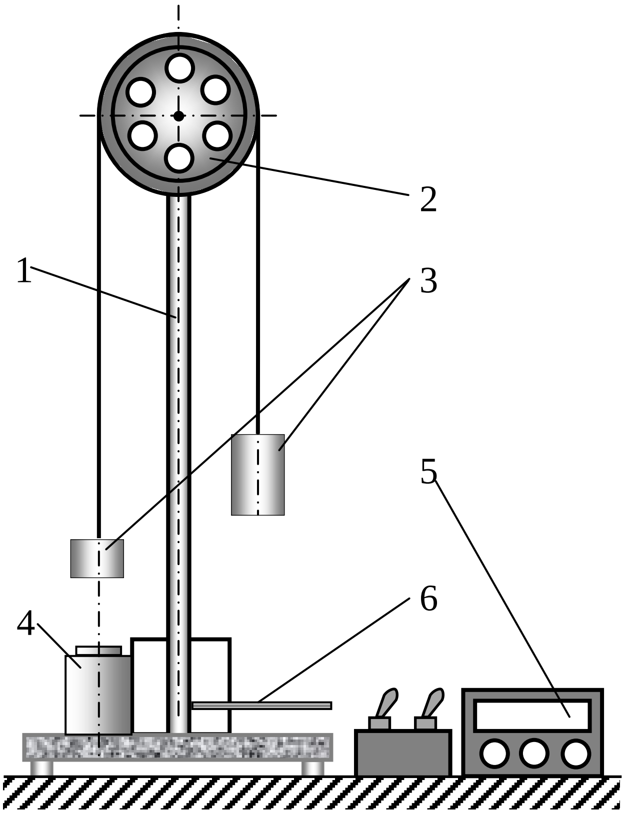


Рис. 2. Общий вид установки

В верхней части стойки 1 укреплен на подшипнике блок 2. Через блок перекинута нить с грузами 3. В нижней части установки находится электромагнит 4, который при подаче на него напряжения удерживает систему с грузами в неподвижном состоянии. При размыкании цепи электромагнита грузы приходят в движение, и одновременно автоматически включается электронный секундомер 5 для отсчета времени движения. Створка 6 магнитного пускателя служит для выключения цепи секундомера.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Включите электромагнит и секундомер в сеть 220 В, после этого включите тумблер «сеть».
3. Включите тумблер «электромагнит», поставьте левый груз на площадку электромагнита.
4. На электронном секундомере нажмите красную кнопку «сброс» («уст. 0)». Поднимите створку 6 магнитного пускателя.
5. Выключите тумблер «электромагнит». Грузы придут в движение, а секундомер начнет отсчитывать время. Правый груз, коснувшись створки 6, выключит секундомер.
6. Время движения занесите в табл. 1. Опыт повторите 6 раз.
7. К левому и правому грузам добавьте по дополнительной массе (довеску). Опыт повторите 6 раз.
8. Измерьте высоту падения груза h.
9. Заполните таблицу 2, рассчитав нужные величины по обеим сериям опытов по формулам 1–5 (m_1 и m_2 – масса левого и правого грузов порознь; M_1 – суммарная масса грузов без довесков, M_2 – суммарная масса грузов с довесками).
10. Найдите и сравните соотношения: $\mathbf{a_1 : a_2 =}$ и $\mathbf{M_2 : M_1 =}$
11. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

№ оп	h, м	t_1, с	a_1, м/с^2	$a_{1ср}$, м/с^2	t_2, с	a_2, м/с^2	$a_{2ср}$, м/с^2	M_1, кг	M_2, кг
1									
2									
3									
4									
5									
6									

Таблица 2

<table>
<tr><th>№ сер.</th><th>m_1, кг</th><th>m_2, кг</th><th>r, м</th><th>ε, $с^{-2}$</th><th>T_1, Н</th><th>T_2, Н</th><th>I, $кг \cdot м^2$</th><th>$I_{ср}$, $кг \cdot м^2$</th><th>$\Delta I_{ср}$, $кг \cdot м^2$</th><th>ε, %</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td rowspan="2"></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Что называют материальной точкой? Системой отчёта?
2. Что называется траекторией? Как подразделяются движения по виду траектории?
3. Что называют радиус-вектором, мгновенной и средней скоростью, ускорением?
4. Что такое путь? Перемещение? При каких движениях путь и модуль перемещения совпадают?
5. Какое движение называют равномерным, равнопеременным?
6. Поясните кратко суть работы машины Атвуда.
7. Сформулируйте и запишите три закона Ньютона. Какие из них применимы к телам в данной работе?
8. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
9. Запишите формулы связи величин 2-го закона Ньютона для поступательного и вращательного движений.

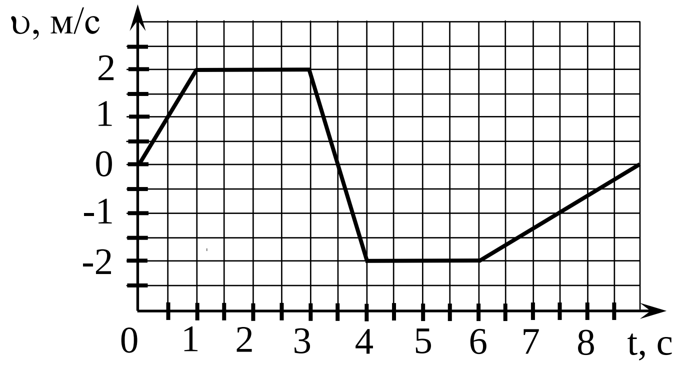
Блок II

10. Объясните методику определения ускорения грузов на машине Атвуда.
11. Как направлены векторы $\Delta\vec{r}$, $\vec{\upsilon}$, $\vec{a}$ при прямолинейном и криволинейном движениях?
12. Запишите законы изменения со временем координаты, пути и скорости для прямолинейного равнопеременного движения; равномерного движения.
13. Какие факторы влияют на точность измерения времени падения грузов в машине Атвуда?

Блок III

14. Тело массой 1 кг движется вдоль оси x по закону $x = 2t + 2t^3$. Запишите зависимость F(t).

15. По графику зависимости υ(t) постройте зависимости x(t) и a(t) (рис.).



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА НА МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА

Цель работы: найти моменты вращающих сил, моменты инерции тел, их угловые ускорения и проверить соотношения между ними.

Приборы: маятник Обербека;
набор грузов;
линейка;
электронный секундомер;
штангенциркуль;
весы;
магнитный пускатель.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Момент силы относительно точки О – физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса вектора $\vec{r}$ и силы $\vec{F}$, $\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]$. Модуль момента силы: $M = F \cdot r \cdot \sin\alpha$, $\vec{r}$– радиус-вектор – вектор проведенный из точки О в точку *A* приложение силы $\vec{F}$, α – угол между вектором $\vec{F}$ и $\vec{r}$ (рис. 1). Момент силы М всегда перпендикулярен плоскости в которой находятся вектора $\vec{r}$ и $\vec{F}$, это псевдовектор. Его направление определяется по правилу правоходового винта или буравчика.

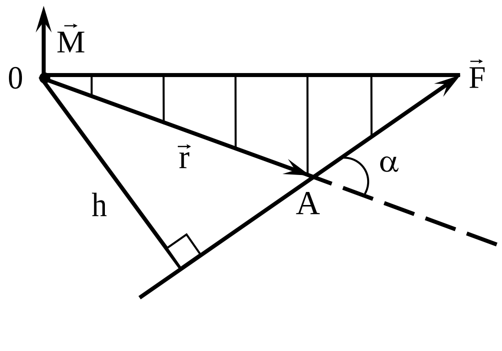


Рис. 1. Момент силы относительно точки

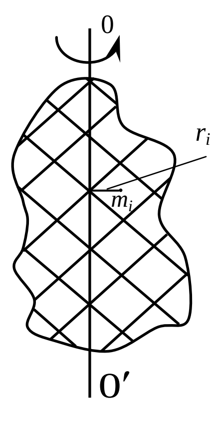


Рис. 2. Момент инерции относительно оси

Момент силы можно определить и через плечо силы h – кратчайшее расстояние (перпендикуляр) опущенный из точки O на линию действия силы: $M = Fh$, $h = r\sin\alpha$.

Момент инерции тела относительно оси – скалярная величина, равная сумме произведений элементарных масс на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ (рис. 2).

Маятник Обербека представляет собой маховик крестообразной формы (рис. 3). На общей оси находится валик *A*, на который наматывается нить с привязанным к ее концу грузом m. Под действием этого груза маятник вращается, и величина m определяет момент вращающих сил M и угловое ускорение ε. Грузы $m_г$ съемные, их можно закрепить на стержнях на любом (но равном) расстоянии от оси вращения. Масса и положение этих грузов влияют на момент инерции маятника, следовательно, и на величину углового ускорения.

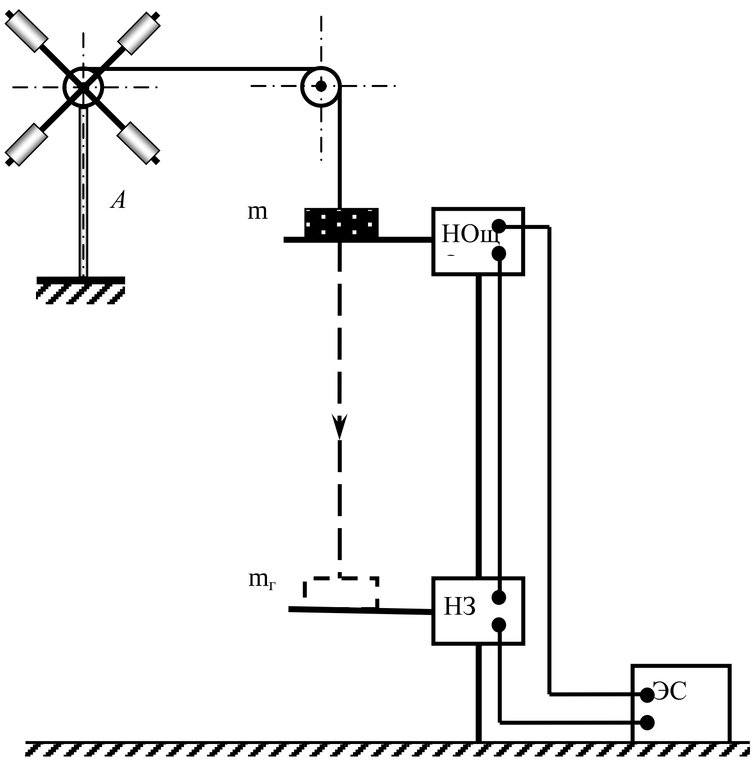


Рис. 3. Общий вид установки

В исходном положении створки магнитного пускателя НО и НЗ должны быть в горизонтальном положении; груз m касается верхней створки, но не давит на нее (придерживать рукой за стержень). Освобожденный груз своим весом давит на створку, откидывает ее, включая секундомер СЭ. Коснувшись нижней створки и откинув ее, груз выключает секундомер. Так определяется t – время прохождения пути h, т. е. расстояние между створками. Для повторения опыта надо обе створки поставить в горизонтальное положение, а на секундомере нажать кнопку «сброс».

На рис. 4 приведена схема рабочей установки.

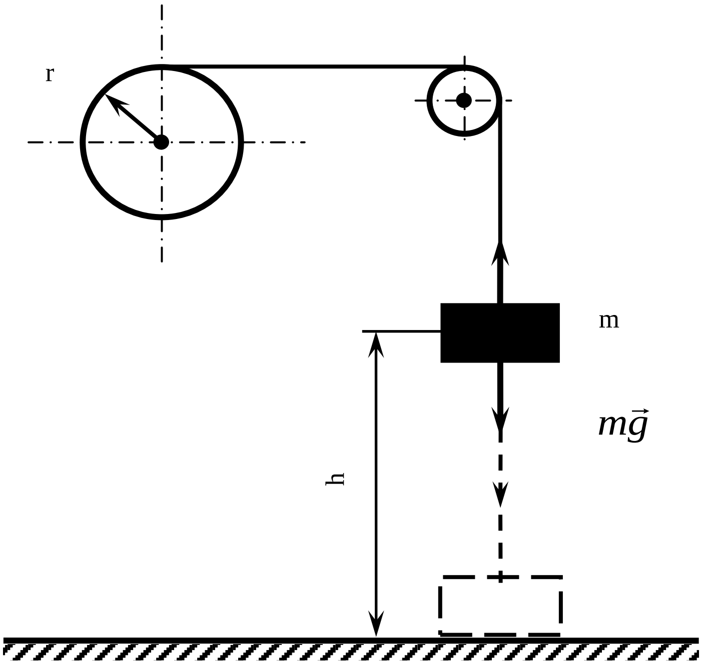


Рис. 4. Схема рабочей установки

Груз m движется равноускоренно и за время t проходит путь h с линейным ускорением:

$$\mathbf{a = \frac{2h}{t^2}}. \tag{1}$$

С этим же ускорением движутся точки поверхности валика *A*, а вращается валик с угловым ускорением

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{r}}, \tag{2}$$

где r – радиус валика.

К валику приложена сила $\vec{T}$, которая создает вращающий момент $M = Tr$. Применим к грузу m 2-й закон Ньютона:

$$mg - T = ma \rightarrow T = m(g - a). \tag{3}$$

Тогда $M = m(g-a)\,r$. По основному закону вращения твердого тела $M = I\varepsilon \rightarrow I = \dfrac{M}{\varepsilon}$.

В работе проводится три серии опытов.

1. На нити груз m, стержни свободны, тогда

$$\mathbf{M_1 = m\left(g - a_1\right)r}, \tag{4}$$

$$\mathbf{I_1 = \frac{M_1}{\varepsilon_1}}. \tag{5}$$

2. На нити груз (m+Δm), стержни свободны, тогда

$$\mathbf{M_2 = \left(m + \Delta m\right)\left(g - a_2\right)r}. \tag{6}$$

Момент инерции $I_1=I_2$.

3. На нити груз (m+Δm), на стержнях четыре (или два) цилиндра $m_г$, тогда $M_3=M_2$, $I_3=I_1+I_г$, $I_г=4m_г\ R^2$ (или $I_г=2m_г\ R^2$), тогда

$$\mathbf{I_3=I_1+2m_гR^2} \quad \text{или} \quad \mathbf{I_3=I_1+4m_гR^2}, \tag{7}$$

где R – расстояние от оси вращения до центра масс цилиндров на стержнях.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Включите электронный секундомер в сеть 220 В, измерьте h.
3. Подвесьте к нити груз массой m и трижды определите время t_1 движения груза.
4. Добавьте к грузу массой m перегрузок Δm и трижды определите время t_2 движения груза.
5. Определите на весах массу $2m_г$ или $4m_г$ (количество задает преподаватель).
6. Закрепите на стержнях грузы $m_г$ (2 или 4 цилиндра) на расстоянии R и трижды определите время t_3 движения груза.
7. Все результаты опытов и расчетов по соотношениям 1–7 занесите в таблицы 1–3.
8. Найдите и сравните соотношения:

$$\mathbf{M_1 : M_2 =} \qquad \boldsymbol{\varepsilon_1 : \varepsilon_2 =} \qquad \textbf{и} \qquad \mathbf{I_2 : I_3 =} \qquad \boldsymbol{\varepsilon_3 : \varepsilon_2 =}$$

9. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

№ оп	t_1,c	a_1, м/с^2	$a_{1ср}$, м/с^2	ε_1, с$^{-2}$	t_2,c	a_2, м/с^2	$a_{2ср}$, м/с^2	ε_2, с$^{-2}$	t_3,c	a_3, м/с^2	$a_{3ср}$, м/с^2	ε, с$^{-2}$

Таблица 2

h, м	r, м	R, м	m, кг	Δm, кг	$2m_г$ $(4m_г)$, кг

Таблица 3

M_1, $(кг{\cdot}м^2)/с^2$	I_1, $кг{\cdot}м^2$	M_2, $(кг{\cdot}м^2)/с^2$	$I_г$, $кг{\cdot}м^2$	I_3, $кг{\cdot}м^2$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Какое движение называют вращательным?
2. Что такое момент инерции материальной точки? Какова единица его измерения?
3. Дайте определение момента инерции абсолютно твердого тела.
4. Поясните физический смысл момента инерции тела.
5. Сформулируйте и запишите основной закон динамики для вращательного движения.
6. Сформулируйте теорему Штейнера и поясните ее на примере для шара.

Блок II

7. Как можно определить момент сил трения маятника Обербека?
8. Выведите выражение для вращающего момента силы натяжения нити.
9. Меняется ли натяжение нити маятника Обербека в зависимости от расположения масс m грузиков на стержнях маховика?
10. Изменится ли момент инерции маятника Обербека при изменении массы падающего груза.
11. Как изменится время падения падающего груза, если грузы на спицах маховика расположить на расстояниях $R_2 > R_1$?
12. Как измениться время падения падающего груза, если грузы на спицах маховика расположить на расстояниях $R_2 < R_1$?
13. Дайте определение и единицы измерения в системе СИ момента силы и углового ускорения.
14. Дайте определение момента импульса материальной точки, твердого тела, а также единицы их измерения в системе СИ.
15. Запишите второй закон Ньютона для поступательного и вращательного движений и сравните их.

16. Какие физические величины определяют инерциальные свойства тела при его вращении и поступательном движении?
17. Какая физическая величина определяет силовое воздействие при вращательном движении?
18. Тело, имеющее ось вращения, попадает на Луну. Что произойдет с его моментом инерции?
19. От чего зависит момент инерции твердого тела?
20. На крестовине четыре груза одинаковой массы m расположены на разных расстояниях r от оси вращения. Написать формулу для подсчета момента инерции такой системы (моментом инерции самой крестовины пренебречь).

Блок III

21. Какова цель данной работы?
22. Опишите устройство и принцип работы рабочей установки.
23. Какие физические величины определяют инерциальные свойства тела при его вращении и поступательном движении?
24. Какая физическая величина определяет силовое воздействие при вращательном движении?
25. Что называют моментом инерции материальной точки? Абсолютно твёрдого тела? Какова единица измерения момента инерции в системе СИ?
26. Поясните физический смысл момента инерции тела.
27. От чего зависит момент инерции тела? Момент инерции относительно оси симметрии, какого из тел одинаковой массы больше и во сколько раз - шара радиусом R или диска такого же радиуса.
28. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Поясните физический смысл величин, входящих в данный закон, укажите единицы их измерения в «СИ».
29. Приведите формулы связи характеристик поступательного и вращательного движений.
30. Сопоставьте основные уравнения динамики поступательного и вращательного движений, нет ли в них аналогии? Приведите соответствующие пояснения.
31. Тело, имеющее ось вращения, попадает на Луну. Что произойдет с его моментом инерции?
32. Определить момент инерции материальной точки массой 0,3 кг, отстоящей от точки на 20 см.
33. С помощью тонкого невесомого стержня длинной 20 см скреплены два маленьких шарика массой 10 г каждый. Определить момент

инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс.

34. Маховик и лёгкий шкив радиусом 5 см насажаны на горизонтальную ось. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой 0,4 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь 1,8 м за 3 с. Определить момент инерции маховика. Массой шкива пренебречь.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА СТАЛЬНОЙ ПРОВОЛОКИ ИЗ РАСТЯЖЕНИЯ

Цель работы: ознакомление с одним из методов регистрации величины растяжения стальной проволоки при изучении упругой деформации, определение модуля Юнга для стальной проволоки.

Приборы: прибор для определения модуля Юнга,
микрометр,
стальная линейка,
набор грузов.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Возьмем однородный стержень и приложим к его основаниям A и B растягивающие или сжимающие силы F (рис. 1). Стержень будет деформирован, т. е. растянут или сжат. Мысленно проведем произвольное сечение C, перпендикулярное к оси стержня. Для равновесия стержня AC необходимо, чтобы на его нижнее основание C действовала сила $F_{упр} = -F$. Это есть сила, с которой нижняя часть стержня BC тянет верхнюю или давит на нее. Такая сила возникает потому, что нижняя часть стержня деформирована и действует на верхнюю с силой, равной $F_{упр}$ и противоположно направленной. Такие силы действуют в любом поперечном сечении растянутого или сжатого стержня.

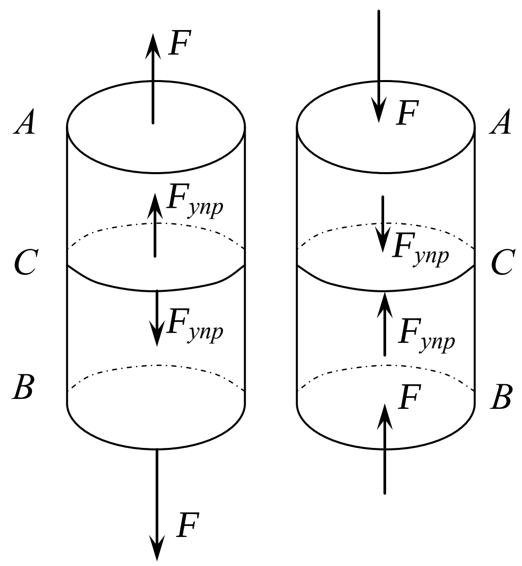


Рис. 1. Возникновение упругих сил в однородном стержне

Таким образом, деформация стержня связана с возникновением упругих сил, с которыми каждая часть стержня действует на другую, граничащую с ней. Упругие силы стремятся восстановить прежние размеры и форму тела. Силу, отнесенную к единице площади поперечного сечения стержня, называют *напряжением.* В рассматриваемом случае напряжение перпендикулярно поперечному сечению стержня. Если стержень растянуть, то это напряжение определяется выражением

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{S}} \text{ – \textbf{рабочая формула},} \tag{1}$$

где S – площадь поперечного сечения стержня.

Если же стержень сжат, то напряжение называется *давлением* и численно определяется по формуле

$$p = \frac{F}{S}. \tag{2}$$

Давление можно рассматривать как отрицательное напряжение и наоборот, т. е.

$$p = -\sigma.$$

Пусть $\boldsymbol{l_0}$ – длина недеформированного стержня. После приложения силы F его длина получает приращение $\boldsymbol{\Delta l}$ и делается равной $\boldsymbol{l = l_0 + \Delta l}$. Отношение $\boldsymbol{\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}}$ называется *относительным удлинением стержня*. Относительное удлинение, взятое с противоположным знаком, называется *относительным сжатием*. Опыт показывает, что для не слишком больших упругих деформаций напряжение σ или давление p пропорциональны удлинению (или относительному сжатию). Это утверждение выражает *закон Гука** для деформаций растяжения или сжатия стержней и записывается как $\boldsymbol{E = \frac{\Delta l}{l_0}}$

и $\boldsymbol{p = E\frac{\Delta l}{l_0}}$.

Здесь E – постоянная, зависящая только от материала стержня и его физического состояния. Она называется *модулем Юнга* и выражается формулой

$$E = \sigma\frac{l_0}{\Delta l} = \frac{F}{S} \cdot \frac{l_0}{\Delta l}. \tag{3}$$

Из формулы (3) видно, что модуль Юнга *равен такому напряжению, при котором длина стержня удваивается,* т. е. $E = \dfrac{F}{S}$ при $\Delta l = l_0$.

Рис. 2. Роберт Гук (1635– 1703) – английский естествоиспытатель, учёный-энциклопедист

**Закон Гука – уравнение теории упругости, связывающее напряжение и деформацию упругой среды. Открыт в 1660 году английским учёным Робертом Гуком (Хуком) (англ.* Robert Hooke*) (рис. 2). Поскольку закон Гука записывается для малых напряжений и деформаций, он имеет вид простой пропорциональности. Формулировка закона – сила упругости прямо пропорциональна деформации. Для тонкого растяжимого стержня закон Гука имеет вид:* $F_{упр} = -k\Delta l$. *Здесь* $F_{упр}$ *– сила упругости, возникающая в стержне и стремящаяся восстановить прежние размеры и форму тела, она равна по модулю внешней растягивающей (сжимающей) силе* $F_{упр} = -F$ *;* Δl *– удлинение (сжатие) стержня (рис. 3);* k *– коэффициент упругости (или жёсткость) стержня. Минус в уравнении указывает на то, что сила упругости всегда направлена в сторону, противоположную деформации.*

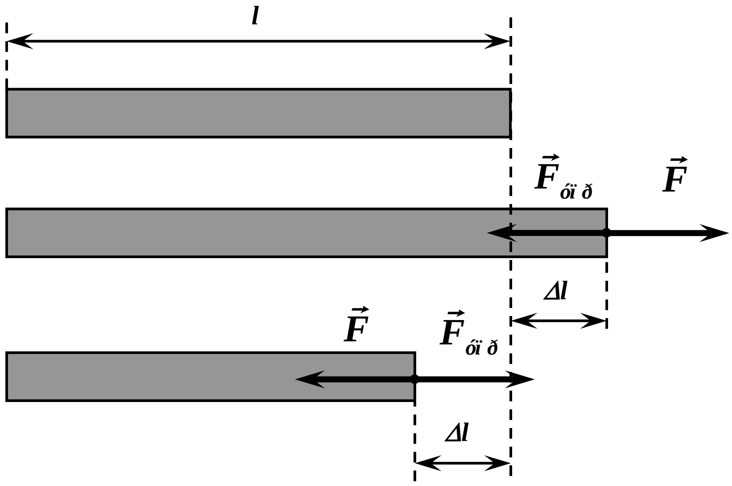


Рис. 3. Деформации при растяжении и сжатии

Коэффициент упругости зависит как от свойств материала, так и от размеров стержня. Можно выделить зависимость от размеров стержня (площади поперечного сечения S и длины l) явно, записав коэффициент упругости как $k = \dfrac{ES}{l}$. *Величина E называется модулем Юнга и зависит только от свойств тела и не зависит от формы и размеров. Если ввести относительное удлинение* $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$ *и нормальное напряжение в поперечном сечении* $\sigma = \dfrac{F}{S}$, *то закон Гука запишется как* $\sigma = E\varepsilon$. *В такой форме он справедлив для любых малых объёмов вещества. Следует иметь в виду, что закон Гука выполняется только при малых деформациях. При превышении предела пропорциональности связь между напряжениями и деформациями становится нелинейной. Для многих сред закон Гука неприменим даже при малых деформациях.*

Прибор для изучения упругой деформации стальной проволоки и определения ее модуля Юнга (рис. 4) состоит из штатива, к которому прикреплены два кронштейна *A* и *B*.

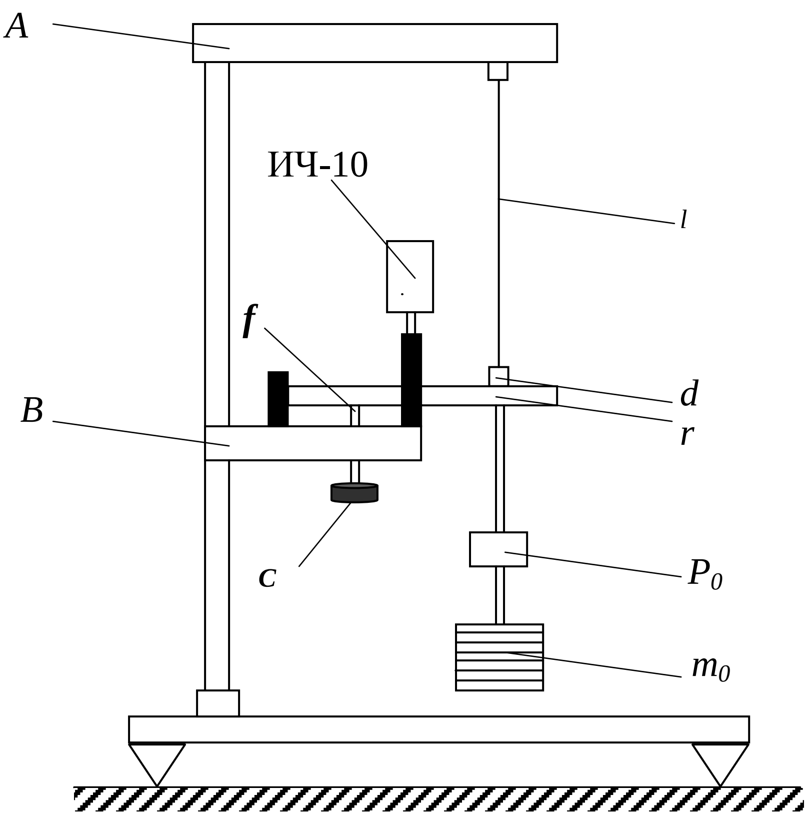


Рис. 4. Прибор для изучения упругой деформации стальной проволоки и определения ее модуля Юнга

Проволока *l*, модуль Юнга материала которого необходимо определить, верхним концом прочно укреплена в зажиме кронштейна *A*. Нижний ее конец закреплен в цилиндре *d*, к которому подвешен груз P_0 для выпрямления проволоки (при вычислении модуля Юнга его в расчет не принимают). Цилиндр *d* зафиксирован в рычаге *r*. Удлинение проволоки измеряется с помощью индикатора часового типа (часового индикатора) ИЧ-10. Часовой индикатор установлен в держателе, закрепленном на кронштейне *B*, и его щуп опирается на рычаг *r*. При удлинении проволоки рычаг *r* опускается и стрелка часового индикатора показывает величину, пропорциональную этому удлинению. Щуп индикатора расположен от центра вращения рычага *r* на расстоянии *a*, а от проволоки – на расстоянии *b* (рис. 4). Для предохранения проволоки от ненужных толчков и разрыва в приборе используется арретир *f*, который укреплен на кронштейне *B*. Ввертывая винт *C* арретира *f*, можно освободить проволоку от нагрузки.

При настольном исполнении прибора использование арретира обязательно! Для растяжения проволоки l грузы поочередно подвешиваются на ось груза P_0. Этим достигается постоянство нагрузки на верхний кронштейн A и тем самым постоянство прогиба последнего.

Нагружение проволоки и снятие нагрузки необходимо всегда проводить очень осторожно или же для предосторожности использовать арретир.

Для определения модуля Юнга стальной проволоки необходимо знать результирующую массу установленных для растяжения проволоки грузов и измерить удлинение $\boldsymbol{\Delta l}$ проволоки при ее растяжении. Удлинение $\boldsymbol{\Delta l}$ в приборе находят с помощью индикатора часового типа. На рис. 5 показано взаимное расположение рычага r, часового индикатора ИЧ-10 и цилиндра d с проволокой l. Здесь a – расстояние от оси вращения рычага r до щупа микрометра; b – расстояние от щупа микрометра до исследуемой проволоки (значения a и b указаны на установке).

В начальном состоянии, когда проволока только выпрямлена грузом P_0, необходимо вращением оправы индикатора установить нулевое положение стрелки прибора (N_0). После подвешивания к проволоке груза массы m проволока растянется на величину $\boldsymbol{\Delta l}$.

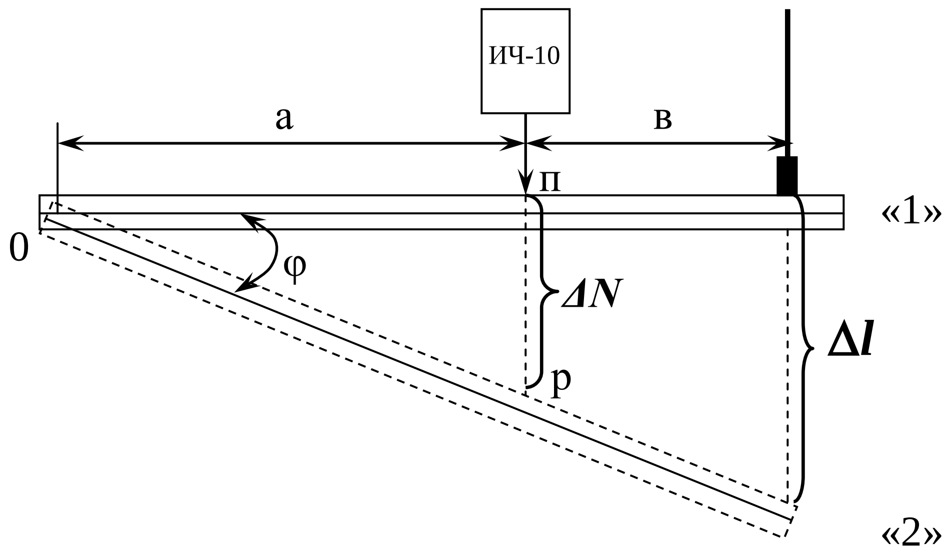


Рис. 5. Взаимное расположение рычага, часового индикатора ИЧ-10 и цилиндра с проволокой

Рычаг r опустится, и стрелка часового индикатора покажет величину перемещения рычага $\boldsymbol{\Delta N}$ в месте нахождения щупа индикатора. При растяжении проволоки и опускании рычага r величину удлинения проволоки $\boldsymbol{\Delta l}$ можно найти, рассматривая два подобных треугольника (рис. 6).

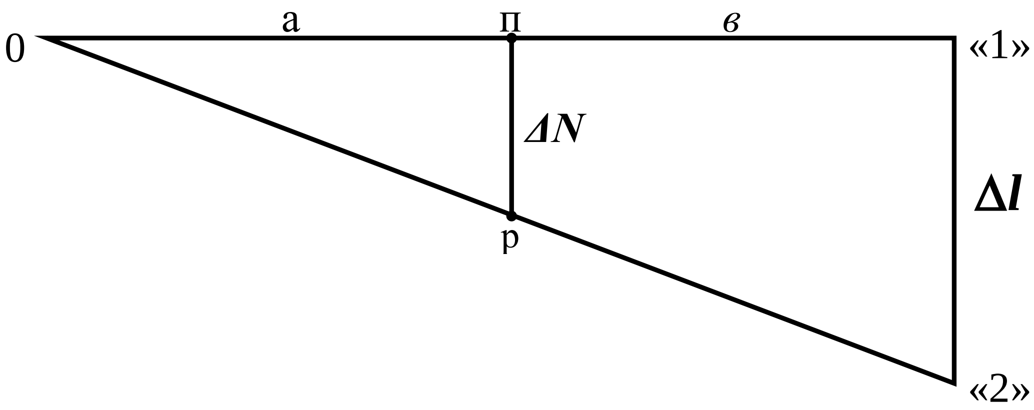


Рис. 6. К расчету удлинения проволоки

$$\boldsymbol{\Delta l = \frac{\Delta N\left(a+b\right)}{a}} \text{ – **рабочая формула**.} \quad (4)$$

Подставив выражение (4) для $\boldsymbol{\Delta l}$ и выразив площадь поперечного сечения проволоки как

$$\boldsymbol{S = \frac{\pi D^2}{4}} \text{ – **рабочая формула,**} \quad (5)$$

где D – диаметр проволоки, получим окончательную формулу для определения модуля Юнга

$$\boldsymbol{E = F\,\frac{4l_0 a}{\pi D^2 (a+b)\Delta N}} \text{ – **рабочая формула**,} \quad (6)$$

где F = mg – вес растягивающего груза;
m – масса груза;
g – ускорение свободного падения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Опустите винтом *C* арретир *f* и установите нулевое положение стрелки микрометра часового типа вращением циферблата прибора ($N_0 = 0$).
3. Поднимите арретир винтом *C* и нагрузите проволоку грузом массы $m_1 = 100$ г. Опустите арретир и отметьте деление шкалы микрометра ΔN.
4. Снимите груз m_1 и вновь определите нулевую точку по шкале N_0. Если нулевая точка не совпадает с нулевым отсчетом, вращением циферблата прибора установите нулевое положение стрелки. Так же поступите при следующих нагрузках.

5. Нагружайте последовательно проволоку грузами массы m_2, m_3,…, m_7 увеличивая каждый раз на 100 г, и доведите общую массу до 0,7 кг.

6. Измерьте при опущенном арретире диаметр проволоки в трех различных местах: вверху, посередине, внизу. Искомое значение диаметра определите как среднее арифметическое из 3 значений.

7. Измерьте при опущенном арретире f длину проволоки l_0 при помощи металлической линейки от цилиндра d до верхнего закрепления.

8. Все данные запишите в таблицу 1.

9. Рассчитайте по формуле (6) модуль Юнга для каждой нагрузки в единицах системы СИ и занесите в таблицу 2. Искомое значение $E_{ср}$ получите как среднеарифметическое из полученных 7 значений.

10. Рассчитайте абсолютную погрешность $\Delta E_{ср}$ в измеренном модуле Юнга по методу прямых многократных измерений. Окончательный результат запишите в виде $E = E \pm \Delta E$ и оцените относительную погрешность.

11. Постройте график зависимости удлинения проволоки Δl от напряжения σ. Для этого сначала рассчитайте Δl по формуле (4), S по формуле (5), а затем σ по формуле (1).

12. Определите модуль Юнга стальной проволоки из построенного графика как отношение начальной длины проволоки l_0 к угловому коэффициенту $\Delta l / \sigma$ и выразите его в единицах СИ.

13. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

№ п/п	$F=mg$, Н	ΔN, мм	D, мм	$D_{ср}$, мм	l_0, мм
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Таблица 2

№ п/п	E, $Н/м^2$	$E_{ср}$, $Н/м^2$	$\Delta E_{ср}$, $Н/м^2$	ε, %	Δl, мм	S, $мм^2$	σ, $Н/мм^2$	E из графика, $Н/м^2$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Дайте определение упругим силам и напряжению в стержне?
2. Что называют относительным растяжением? Сжатием? В чем состоит отличие деформаций при растяжении и сжатии?
3. Сформулируйте закон Гука. В какой части проволоки возникают упругие деформации?
4. В чем состоит физический смысл модуля Юнга? От чего он зависит? Единицы измерения модуля Юнга в СИ.

Блок II

5. Каким образом модуль Юнга зависит от длины проволоки? Как изменится модуль Юнга, если изменить длину проволоки на четверть, две трети и т. д.?
6. Как модуль Юнга зависит от площади поперечного сечения проволоки? Что произойдет, если заменить проволоку из данного материала с другим сечением?
7. Как связаны между собой значение модуля Юнга и жесткость проволоки?

Блок III

8. Точность измерения каких величин и почему является определяющей при определении погрешности модуля Юнга?
9. Как вычислить работу силы упругости, если известен модуль Юнга?
10. Сравните величину модуля Юнга стальной проволоки при ее растяжении полученную в работе с ее табличным значением.
11. Во сколько раз изменится абсолютное удлинение проволоки, если не меняя нагрузку, заменить её на проволоку из того же материала, но имеющей вдвое большую длину и в два раза больший диаметр?
12. При какой наименьшей длине свинцовая проволока, подвешенная за один конец, разорвётся от собственного веса? Предел прочности свинца на разрыв $\sigma_{пр}$ = 15 МПа.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7
ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определить период колебаний маятника, его момент инерции и найти зависимость периода колебаний от амплитуды.

Приборы: физический маятник (стержень с грузами);
таймер;
весы.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Физическим маятником может быть любое тело, которое способно колебаться вокруг неподвижной оси, не проходящей через центр тяжести тела.

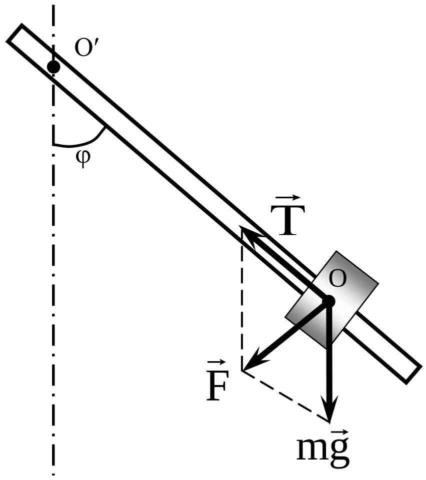


Рис. 1. Схема рабочей установки

Если стержень с грузом (рис. 1) отклонить на угол φ от положения равновесия, то возникнет вращающий момент $\vec{M} = \vec{F}\ell_0$, где $\vec{F}$– векторная сумма силы тяжести mg и силы упругости стержня $\vec{T}$. Из рисунка $-F = m\,g\,\sin\varphi$, где m – масса маятника. Знак «–» показывает, что возвращающая сила F направлена против отклонения тела от положения равновесия; ℓ_0 – расстояние от оси вращения до центра тяжести тела (на рис. 1 – ℓ_0 = OO′).

Основное уравнение динамики вращения твердого тела $M = I\varepsilon$, где I – момент инерции тела; ε – угловое ускорение тела. $\varepsilon = \varphi'' = \ddot{\varphi} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$ –

2-я производная от угла отклона, тогда получим $-mg\ell_0 \sin\varphi = I\varphi''$. При малых углах отклонения $\sin\varphi = \varphi$, значит, $I\varphi'' + mg\ell_0\varphi = 0$ или $\varphi'' + \frac{mg\ell_0}{I}\varphi = 0$ – дифференциальное уравнение второго порядка относительно угла φ. Частным решением этого уравнения будет $\varphi = A\cos\omega t$, т. е. маятник совершает гармонические колебания с амплитудой A и циклической частотой ω, которая зависит от m, g, ℓ_0 и I: $\omega = \sqrt{\frac{mg\ell_0}{I}}$. Период колебаний маятника для углов отклонения до 10°

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell_0}}. \tag{1}$$

При больших углах отклонения период зависит от амплитуды и находится по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell_0}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\varphi}{2} + \frac{3}{8}\sin^4\frac{\varphi}{2} + \ldots\right). \tag{2}$$

Для углов отклонения от 10° до 60° в выражении (2) можно брать лишь два первых слагаемых, т. е.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell_0}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\varphi}{2}\right). \tag{3}$$

Для второго маятника с учетом того, что $m = m_{ст} + m_2$, $I = I_2$

$$\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{(m_{ст} + m_2)g\ell_0}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)} \tag{4}$$

Расстояние от оси вращения до центра тяжести тела называется *приведенной длиной маятника*. Оно находится для двух произвольных положений грузов на стержне по формуле:

$$\boldsymbol{\ell_0 = \frac{(m_1 + m_{ст})r_1 + (m_2 + m_{ст})r_2}{m_1 + m_2 + 2m_{ст}}}, \tag{5}$$

где m_1, m_2, m – соответственно массы первого, второго грузов и стержня;

r_1 и r_2 – соответственно расстояния от оси вращения до центра тяжести первого и второго грузов.

Опытно период колебаний находится по формуле

$$\mathbf{T_{оп} = \frac{t}{n}}, \tag{6}$$

где n – число полных колебаний;

t – время этих колебаний.

Зная T, m_1, m_2, m и ℓ_0, можно рассчитать момент инерции физического маятника

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{I_1} &= \frac{\mathbf{(m_1 + m_{ст})T_{1ср}^2 g\ell_0}}{\mathbf{4\pi^2}} \\ \mathbf{I_2} &= \frac{\mathbf{(m_2 + m_{ст})T_{2ср}^2 g\ell_0}}{\mathbf{4\pi^2}} \end{aligned}\right\}. \tag{7}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Определите на весах массы стержня и каждого груза с крепежными винтами.
3. Укрепите груз m_1 на расстоянии r_1 (r_1, r_2 – задает преподаватель) от оси вращения, отклоните стержень на угол 10°, отпустите и отметьте время t_1 десяти полных колебаний маятника. Опыт повторите трижды.
4. Замените первый груз вторым, укрепив его на расстоянии r_2, и проделайте все по п. 2.
5. Рассчитайте T_1, T_2, ℓ_0, I_1 и I_2 по формулам (5-7). Результаты опытов и расчетов занесите в табл. 1.
6. Оставьте на стержне груз m_2 на расстоянии r_2 и отметьте время десяти полных колебаний для углов 20°, 30°, 40°, 50° и 60°.
7. Рассчитайте периоды колебаний по формуле (6) из опытных данных и теоретически периоды этих же колебаний по формуле (4). Результаты занесите в табл. 2.
8. По табл. 2 постройте в одних осях два графика: $T_{оп} = f(\varphi)$ и $T_{теор} = f(\varphi)$.
9. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

$m_{ст}$, кг	m_1, кг	m_2, кг	r_1, м	r_2, м	ℓ_0, м	n	t_1, с	T_1, с	t_2, с	T_2, с	$T_{1ср}$, с	$T_{2ср}$, с	I_1, кг·м^2	I_2, кг·м^2
						10								
						10								
						10								

Таблица 2

№ оп.	φ, град.	n	t, с	$T_{оп}$, с	$T_{теор}$, с
1	20	10			
2	30				
3	40				
4	50				
5	60				

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Что называют механическими колебаниями? Какие колебания называются гармоническими?
2. Какие физические величины характеризуют свободные периодические колебания?
3. Дайте определение амплитуды и периода колебаний; изобразите графически гармонические колебания, на графике покажите амплитуду и период колебаний.
4. Какие вы знаете маятники? Как находится период колебаний этих маятников?
5. Что называют фазой гармонических колебаний?
6. Что представляет собой физический маятник?

Блок II

7. Напишите дифференциальное уравнение гармонического колебания и его решение.
8. Чему равен период колебаний точки, совершающей колебания по закону $x = 5cos\pi t$.
9. Что называется приведённой длиной физического маятника?
10. По каким формулам находится период колебаний маятника для углов до 10° и для углов больше 10°? Объясните величины, входящие в формулы.
11. Найти зависимость скорости гармонического синусоидального колебания от смещения.

Блок III

12. Однородный диск радиусом R = 30см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Определите период колебаний этого физического маятника.
13. На концах невесомого тонкого стержня длиной l = 1 м укреплены одинаковые грузы. Стержень совместно с грузами колеблется вокруг вертикальной оси, проходящей через точку, удалённую

на расстояние d = 0,25 м от одного из грузов. Определить период колебаний маятника и его приведённую длину.

14. Математический маятник длиной l_1=40 см и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной l_2=60 см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние от центра масс стержня от оси колебаний.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8
ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ УПРУГОГО УДАРА ШАРОВ

Цель работы: определить скорости шаров после их упругого столкновения и проверить закон сохранения импульса для шаров разной массы.

Приборы: установка для изучения упругого взаимодействия шаров;
три стальных шара.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Ударом называется совокупность явлений, возникающих при столкновении движущихся твердых тел. Процесс удара можно разделить на две фазы. Первая фаза – с момента соприкосновения тел до момента их остановки. При этом происходит переход кинетической энергии в энергию деформации. Во второй фазе происходит частичное или полное восстановление формы тела. Относительная скорость тел возрастает, тела расходятся, удар заканчивается. Во второй фазе идет обратный переход энергии деформации в кинетическую энергию тел. Если в ходе удара механическая энергия тел не переходит в другие виды энергии, то удар называется *абсолютно упругим*. Для такого удара выполняются два закона сохранения:

1) закон сохранения импульса

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2; \qquad (1)$$

2) закон сохранения кинетической энергии

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Решая систему этих двух уравнений, получим:

$$u_1 = \frac{2m_2\upsilon_2 + (m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{2m_1\upsilon_1 + (m_2 - m_1)\upsilon_2}{m_1 + m_2}, \qquad (3)$$

где υ_1 и υ_2 – скорости тел до удара;
u_1 и u_2 – скорости тел после удара.

В данной работе второй шар до удара находится в покое, т. е. $\upsilon_2=0$ тогда

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2}; \qquad (4)$$

$$u_2 = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}. \qquad (5)$$

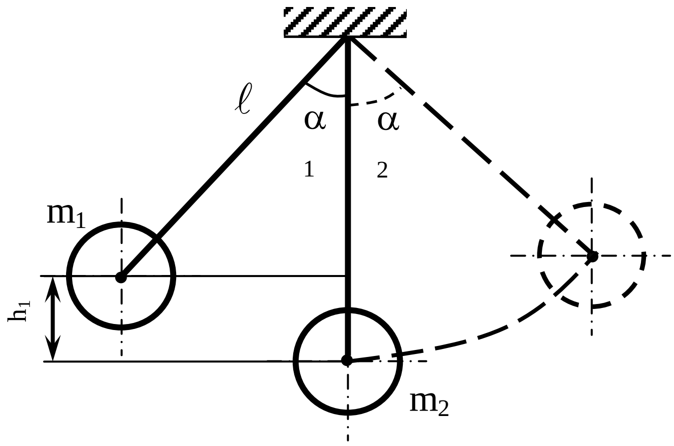


Рис. 1. Схема рабочей установки

С помощью рис. 1 выведем формулу для расчета скорости первого шара до удара, т. е. υ_1. На рисунке дано исходное положение шаров. Первый шар отведен на угол α_1, значит, поднят на высоту h_1 относительно положения равновесия; он имеет запас потенциальной энергии m_1gh_1. При движении его к положению равновесия потенциальная энергия переходит в кинетическую $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}$ и в момент соприкосновения шаров $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = m_1gh_1$. Отсюда $\upsilon_1 = \sqrt{2gh_1}$. Из рисунка видно, что $h_1 = \ell - \ell\cos\alpha_1 = 2\ell\sin^2\frac{\alpha_1}{2}$ (по формуле приведения). Тогда

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 2\sin\frac{\alpha_1}{2}\sqrt{g\ell}} \text{ – скорость первого шара до удара.} \qquad (6)$$

Подставив значение υ_1 в (4) и (5), получим расчетные формулы

$$\boldsymbol{u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} 2\sin\frac{\alpha_1}{2}\sqrt{g\ell}}; \qquad (7)$$

$$\mathbf{u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} 2\sin\frac{\alpha_1}{2}\sqrt{g\ell}}\,. \tag{8}$$

Закон сохранения импульса для *шаров разной массы*

$$\mathbf{m_1\upsilon_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2}\,. \tag{9}$$

В формуле (9) даны проекции импульсов на ось X. Зная скорость второго шара после удара, рассчитаем угол, на который он может отклониться:

$$u_2 = 2\sin\frac{\alpha_2}{2}\sqrt{g\ell} \;\rightarrow \sin\frac{\alpha_2}{2} = \frac{u_2}{2\sqrt{g\ell}},\;\; \frac{\alpha_2}{2} = \arcsin\frac{u_2}{2\sqrt{g\ell}} \;\rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha_2 = 2\arcsin\frac{u_2}{2\sqrt{g\ell}}}\,. \tag{10}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. *Опыт с шарами одинаковой массы.* Отклоните первый шар на угол α_1 (α_1 задан преподавателем), отпустите и отметьте угол α_2, на который отклонится второй шар после удара. Шар отводите так, чтобы удар был *центральным*. Это условие должно выполняться во всех опытах! Опыт повторите пять раз.
3. *Опыт с шарами разной массы.* Проделайте все по пункту 2.
4. Рассчитайте скорости шаров по формулам (6), (7), (8).

Таблица 1

сер. опыт.	α_1, град	α_2, град	$\alpha_{2ср}$, град	υ_1, м/с	u_1, м/с	u_2, м/с	$\alpha_{2расч}$, град	p, кг·м/с
$m_1=m_2$								$m_1\upsilon_1=$ $m_2 u_2=$
$m_1\neq m_2$								$m_1\upsilon_1=$ $m_1 u_1=$ $m_2 u_2=$

5. Рассчитайте $\alpha_{2\ ðàñ÷}$ по формуле (10). Сравните значения α_2 опытного и расчетного, сделайте вывод.

6. Определите импульсы шаров до и после взаимодействия.

7. Сделайте вывод по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Сформулируйте законы сохранения импульса и механической энергии.
2. Какой удар называется абсолютно упругим? Абсолютно неупругим?
3. Приведите примеры абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.
4. Какие законы сохранения выполняются при абсолютно упругом и абсолютно неупругом ударах? Запишите законы сохранения для этих ударов и поясните их.

Блок II

5. В опыте получилось, что $\alpha_{2опыт} \neq \alpha_{2расч}$. Почему?
6. Два шарика, стальной и алюминиевый, одинакового объема, падают с одной и той же высоты. Сравните их импульсы в момент падения на землю.

Блок III

7. Шар массой m_1=2 кг движется со скоростью v_1=3 м/с и нагоняет шар массой m_2=8 кг, движущийся со скоростью v_2=1 м/с. Считая удар центральным и абсолютно упругим, найти скорости u_1 и u_2 шаров после удара.
8. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня l= 1 м. Найти скорость v пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол α=10°.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ГИБКОГО ШНУРА

Цель работы: опытно получить стоячие волны на шнуре и с их помощью рассчитать частоту колебаний шнура.

Приборы: рабочая установка;
набор грузов.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Механические колебания, созданные в какой-то среде, распространяются в ней в виде волн, скорость которых зависит от плотности среды и частоты колебаний. Если на пути такой волны поместить упругую преграду, то волна отразится и пойдет навстречу первичной. При наложении двух встречных волн одинаковой частоты и амплитуды возникает колебательный процесс, называемый *стоячей волной.*

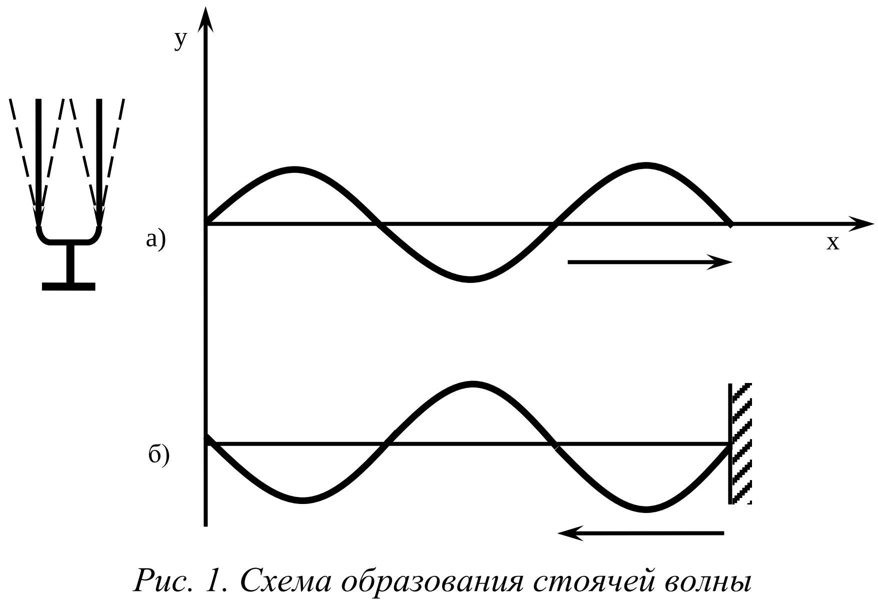


Рис. 1. Схема образования стоячей волны

Выведем уравнение стоячей волны.

Уравнение плоской волны, бегущей от источника колебаний (рис. 1, *а*)

$$y_1 = A\cos\left(t + \frac{x}{\upsilon}\right)\omega; \tag{1}$$

уравнение отраженной волны (рис. 1, *б*)

$$y_2 = A\cos\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\omega, \qquad (2)$$

где A – амплитуда колебаний;

ω – циклическая частота;

x – расстояние от источника колебаний до любой точки вдоль оси;

υ – скорость распространения волны.

$$y = y_1 + y_2 = A\cos\left(\omega t + \frac{\omega x}{\upsilon}\right) + A\cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{\upsilon}\right) = A\ (\cos\omega t\cos\frac{\omega x}{\upsilon} - \sin\omega t\times$$

$$\times\sin\frac{\omega x}{\upsilon} + \cos\omega t\cos\frac{\omega x}{\upsilon} + \sin\omega t\sin\frac{\omega x}{\upsilon}) = 2A\cos\ \omega t\cos\frac{\omega x}{\upsilon};$$

Уравнение стоячей волны (рис. 2)

$$y = 2A\cos\omega t\cos\frac{\omega x}{\upsilon}. \qquad (3)$$

Из него видно, что при сложении двух волн получилось гармоническое колебание той же частоты ω, но с амплитудой $2A\cos\frac{\omega x}{\upsilon}$. Значение амплитуды зависит от X. Точки где $\cos\frac{\omega x}{\upsilon} = 0$, амплитуда равна 0, т. е. колебания отсутствуют (точки 1 и 2 на рис. 2), называются *узлами*.

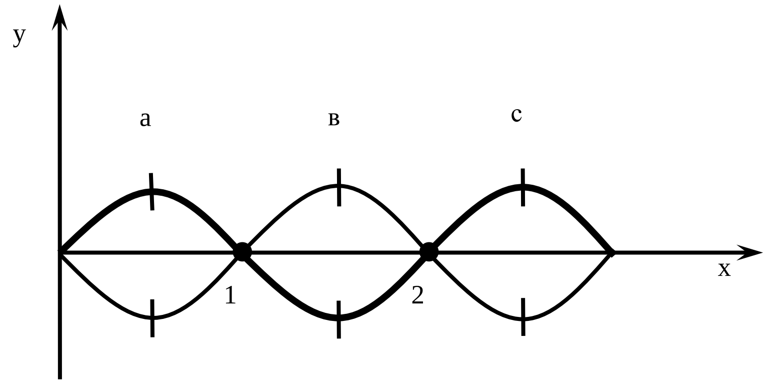


Рис. 2. Стоячая волна

Точки где $\cos\frac{\omega x}{\upsilon} = \pm 1$, амплитуда максимальна и равна 2A, называются пучностями (точки a, b, c). В бегущей волне все точки колеблются с одинаковой амплитудой, но разными фазами, а в стоячей волне все точки колеблются с разными амплитудами, но в одной фазе.

Из рис. 2 видно, что расстояние между соседними узлами (или пучностями) равно половине длины волны.

По определению длины волны $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu}$, откуда

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda}, \qquad (4)$$

где ν – частота колебаний;

υ – скорость волны в данной среде.

В данной работе надо найти частоту колебаний шнура, следовательно, необходимо знать скорость распространения волны вдоль шнура, которая зависит от силы натяжения шнура и плотности его материала

$$\upsilon = \sqrt{\frac{P}{m_0}}, \qquad (5),$$

где $P = mg$ – сила тяжести груза на конце шнура;

$m_0 = \dfrac{\rho\upsilon}{\ell}$ – линейная плотность шнура, т. е. масса единицы длины шнура (дается на рабочем месте).

Если в натянутой и закрепленной с обоих концов струне возбудить поперечные колебания, то получим стоячую волну при условии: на длине струны ℓ укладывается целое число полуволн $n\dfrac{\lambda}{2}$, n= 1, 2, 3, … (рис. 3).

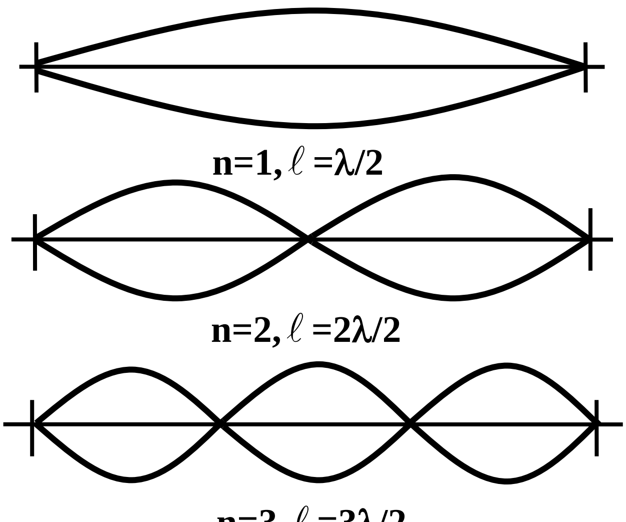


Рис. 3. Стоячие волны с разным числом пучностей

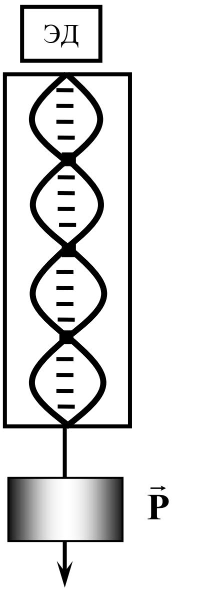


Рис. 4. Схема рабочей установки

В работе n пучностей заняли расстояние ℓ. Из формул (4) и (5) получим расчетную формулу к данной работе

$$\nu = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{P}{m_0}}. \tag{6}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Электродвигатель (э. д.) приводит в колебание шнур, натянутый грузом P (рис. 4). Подвесьте к концу шнура груз P_1, включите электродвигатель в сеть 220 В. Отметьте число пучностей в стоячей волне и расстояние, занятое этими пучностями (первую пучность от электродвигателя не учитывать, т. к. около э. д. нет узла).
3. То же проделайте при грузах P_2 и P_3. Подбирайте грузы таким образом, чтобы получать разное количество пучностей.
4. Рассчитайте искомую величину, найдите ее абсолютную и относительную погрешность. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

№ оп.	m_0,	P, Н	n	ℓ, м	ν, Гц	$\nu_{ср}$, Гц	$\Delta\nu_{ср}$, Гц	ε, %
1								
2								
3								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Что называют волной? Какие волны называют продольными? Поперечными?
2. Что называют фронтом волны? Волновой поверхностью?
3. Что называют длиной волны?
4. Изобразите графически бегущую волну, покажите на графике амплитуду колебаний и длину волны.
5. Как получается стоячая волна? Начертите ее график и покажите на нем амплитуду, узлы и пучности.

Блок II

6. Переносит ли стоячая волна энергию? Ответ обоснуйте.
7. Запишите уравнение стоячей волны и поясните его.
8. При любом ли значении P можно получить стоячую волну в работе? Ответ обоснуйте (теоретически или опытно).

Блок III

9. Определите длину бегущей волны, если в стоячей волне расстояние между первой и пятой пучностями составляет 40 см.
10. Расстояние между двумя соседними пучностями стоячей волны, создаваемой камертоном в воздухе, равно 40 см. Определите частоту колебаний камертона, если скорость звука в воздухе 340 м/с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЛЕКУЛ ГАЗА ПО СКОРОСТЯМ (ЗАКОН МАКСВЕЛЛА)

Цель: на основе механической модели изучить распределение молекул газа по скоростям по закону Максвелла.

Приборы: камера с набором сеток и сосудов;
воронка;
пшено;
тара;
весы.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Молекулярная физика изучает системы, состоящие из очень большого числа частиц. Наиболее простой моделью системы многих частиц является идеальный газ. Эта система состоит из большого числа точечных материальных объектов с конечной массой, находящихся в состоянии непрерывного хаотического движения. Частицы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, а при столкновении ведут себя как упругие тары. Наиболее близко свойствам идеального газа соответствуют обычные газы при нормальных условиях. Простота модели идеального газа делает ее удобной для ознакомления с методами систем многих частиц. Различают три метода описания систем.

1. ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД

Поведение каждой молекулы идеального газа подчиняется механическим законам движения и взаимодействия (без учета волновых свойств молекул). Естественно ожидать, что свойства всей системы должны следовать тем же механическим законам. Основной особенностью механических законов является их детерминированность, т. е. полная причинная обусловленность процессов. Так, например, второй закон Ньютона является детерминированным законом. Это проявляется в следующем: если известно выражение для силы, действующей на частицу, то знание ее координат и скорости в начальный момент времени полностью определяют траекторию ее движения, т. е. значение координат и скорости в любой момент времени. Все последующее поведение частиц является следствием начальных условий. Способ описания системы, когда в любой момент времени известны координаты и скорости всех частиц, ее составляющих, называется динамическим. Он успешно применяется для описания систем, состоящих из небольшого числа частиц (например, для солнечной системы). Применение динамического способа описания к идеальному газу свелось бы к определению координат и скоростей всех его молекул в какой-то момент времени. Но полная информация о значении координат и скоростей всех частиц в какой-то момент времени является бесполезной и не может быть использована для теоретического анализа поведения системы в целом. Дело в том, что молекулы газа при нормальных условиях испытывают примерно 10^9 столкновений в секунду, при которых происходит изменение скоростей молекул, поэтому система, состоящая из большого числа частиц, очень скоро «забывает» свое начальное состояние. Кроме того, динамический способ описания поведения системы позволяет ей вернуться самостоятельно, без внешнего воздействия, в первоначальное состояние. Например, газ расширился и занял больший объем; с динамической точки зрения ничто не мешает ему сжаться до первоначального объема, однако самопроизвольного сжатия газа еще никто не наблюдал. Все указывает на то, что для описания молекулярной системы следует искать другие методы.

2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД

Систему многих частиц можно рассматривать, не интересуясь её внутренней структурой и характером движения частиц. При таком подходе используют характеристики, относящиеся ко всей системе в целом. Например, идеальный газ в состоянии равновесия характеризуется объёмом, давлением и температурой. Эти параметры относятся к системе в целом и называются макроскопическими.

Экспериментальные исследования устанавливают связь между этими величинами (уравнение Клапейрона – Менделеева); теория строится на основании общих законов (три начала термодинамики). Такой метод изучения систем многих частиц называется термодинамическим. Он характеризуется своей общностью и позволяет изучать явления без знания их внутренних механизмов. Термодинамический метод успешно применяется при изучении сложных систем.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Этот метод в некоторой степени является обобщением двух предыдущих. В его основе лежат следующие представления:

а) свойства системы в целом определяются свойствами и характером движения ее частиц;

б) в силу многочисленности частиц и большого числа столкновений, их поведение носит случайный характер;

в) поведение системы в целом необходимо описывать не совокупностью координат и скоростей частиц, а усредненными характеристиками, как средняя плотность, средняя энергия и т. п. При сопоставлении этих усредненных характеристик с термодинамическими соотношениями выясняется смысл микроскопических параметров системы. Например, абсолютная температура пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения молекул.

Закономерности, получаемые статистическим методом, называются вероятностными или статистическими, и для их получения строится модель изучаемой системы.

Статистический метод в физике имеет широкое применение по двум причинам:

а) большинство физических систем имеет громадное число частиц;

б) поведение микрочастиц описывается статистическими закономерностями.

В данной работе применен статистический метод исследования распределения молекул газа по скоростям в состоянии равновесия, в отсутствии внешних силовых полей. Опыт показывает, что любая изолированная система приходит в состояние термодинамического (теплового) равновесия, в котором её макроскопические параметры не изменяются со временем и постоянны в объёме. Согласно основным представлениям молекулярно-кинетической теории, молекулы системы находятся в беспрерывном хаотическом движении. В идеальном газе молекулы движутся между столкновениями поступательно с разными скоростями, а в результате столкновения скорости меняют величину и направление. Здесь случайной величиной является скорость, и стоит задача о нахождении распределения молекул газа по скоростям. Для этого необходимо применять модель системы и качественно рассмотреть свойство этой системы в состоянии теплового равновесия.

Так как в состоянии равновесия давление во всех частях системы одинаково, то естественно допустить, что в газе отсутствуют какие-либо направленные движения молекул, то есть движения молекул предельно неупорядочены. В отношении скоростей молекул это означает: скорость молекулы и её проекции являются непрерывными величинами, так как ни одно значение скорости не имеет преимущества перед другими значениями; при тепловом равновесии в газе все направления скоростей молекул равновероятны. В противном случае это привело бы к образованию направленных макроскопических потоков молекул и к возникновению перепадов давления. Равновероятность всех направлений скоростей молекул можно образно представить. Допустим, что как-то удалось собрать все молекулы идеального газа в одной точке. Около этой точки проведем сферу произвольного радиуса, а из точки, как из начала, проведем вектора скоростей молекул до пересечения с поверхностью сферы. Точки пересечения назовем «скоростными точками». Равновероятность всех направлений и скоростей молекул приведет к тому, что плотность «скоростных точек» на поверхности сферы будет одинакова. Так как скорость и её проекции являются непрерывными величинами, то вводится понятие функции плотности распределения по компонентам скоростей молекул (υ_X, υ_Y, υ_Z) и по модулю скорости [υ]. Эта функция названа законом Максвелла – распределения молекул по значениям скоростей. Вот ее аналитический вид:

$$\frac{dN}{N_0 d\upsilon} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{\frac{mV^2}{2kT}}\upsilon^2 = F(\upsilon). \qquad (1)$$

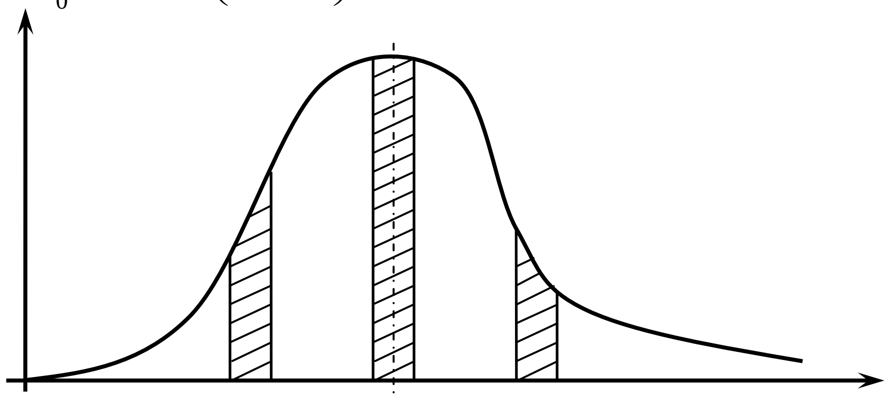


Рис. 1. Распределение Максвелла

График этой функции показан на рис. 1. Проанализируем закон Максвелла, пользуясь этим графиком. Из него видно, что при $\upsilon = 0$, $F(\upsilon) = 0$, т. е. в газе нет покоящихся молекул; при $\upsilon \to \infty$, $F(\upsilon) \to 0$, т. е. молекул с большими скоростями тоже нет. Но функция имеет максимум при какой-то скорости, ее назвали наиболее вероятной, т. е. наибольшее число молекул в газе имеют такую скорость $\upsilon_в$. Если первую производную от функции $F(\upsilon)$ приравнять к нулю (условие экстремума), то получится формула для $\upsilon_в$:

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \qquad (2)$$

где k – постоянная Больцмана,

T – абсолютная температура,

m_0 – масса одной молекулы газа,

R – универсальная газовая постоянная,

μ – молярная масса газа.

Если возле каждой скорости на графике отложить интервал $d\upsilon$, то произведение $F(\upsilon)d\upsilon$ дает долю молекул, скорости которых лежат в интервале $d\upsilon$; это произведение равно площади заштрихованных участков. Максимальная площадь соответствует скорости $\upsilon_в$. С увеличением скорости движения доля молекул, обладающих большими скоростями, уменьшается.

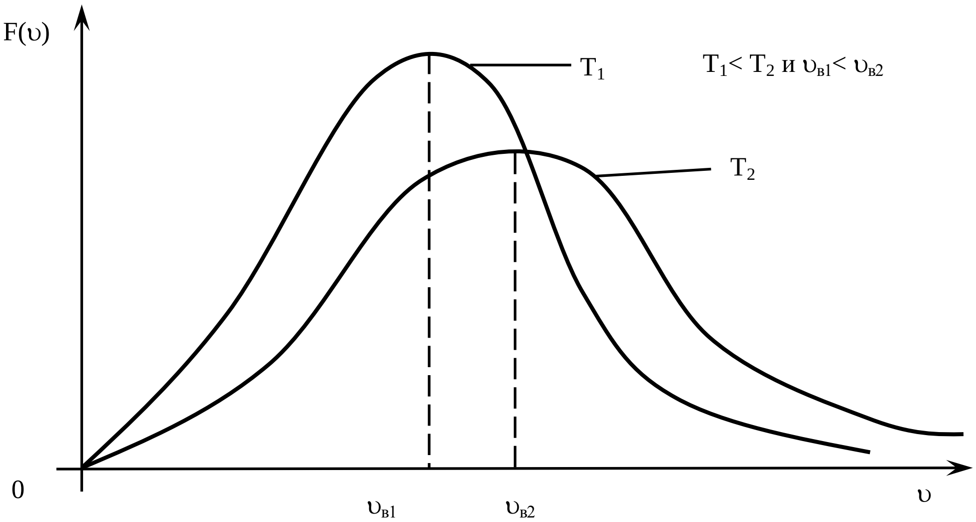


Рис. 2. Распределение Максвелла при разной температуре

Можно найти среднюю скорость движения молекул, она равна:

$$\langle\upsilon\rangle = \int_0^\infty F(\upsilon)d\upsilon = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \qquad (3)$$

Значение величин в формуле (3) те же, что в формуле (2).

Из формул (2) и (3) видно, что скорости движения молекул υ зависят от температуры газа, и распределение их по скоростям тоже зависит от температуры (рис. 2).

При повышении температуры наиболее вероятная скорость увеличивается, поэтому максимум кривой смещается в сторону больших скоростей; но общее число молекул в сосуде с газом не меняется, значит, площади под кривыми равны. Вследствие этого максимумы понижаются и становятся менее острыми.

Еще раз подчеркнем, что закон Максвелла – распределения молекул газа по скоростям – справедлив, если газ не находится во внешнем силовом поле. Он описывает поведение очень большого числа частиц, т. е. является статистическим законом. Распределение молекул газа по скоростям устанавливается посредством их столкновений, при которых меняется скорость, но закон распределения по скоростям всего коллектива молекул не изменяется. Эту ситуацию можно понять следующим образом. Выделим среди молекул несколько скоростных групп, т. е. групп молекул, скорости которых лежат в интервале $d\upsilon$ около значений υ_1, υ_2, υ_3 и т. д. Количество молекул в этих группах обозначим dN_1, dN_2, dN_3 и т. д. При столкновении молекулы изменяют свою скорость и выбывают из своей скоростной группы в другую, но такое же количество молекул перейдет в эту скоростную группу из других групп. Так что в любой момент времени в состоянии теплового равновесия число молекул в каждой скоростной группе неизменно. Итак, за большой промежуток времени молекула, изменяя скорость при столкновениях, «переберет» все значения скоростей от малых до больших.

ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ДВУХМЕРНОГО ГАЗА НА МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Для случая двухмерного газа молекулы имеют только две компоненты скорости υ_x и υ_y, в остальном поведение молекул подобно случаю трехмерного газа. Распределение Максвелла для нашего случая запишется в виде:

$$dN = N_0 4\pi \frac{m_0}{2\pi kT} e^{\frac{m_0\left(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2\right)}{2kT}} d\upsilon_x d\upsilon_y, \qquad (4)$$

где dN – число молекул, компоненты скоростей которых лежат в интервале от υ_x, до $\upsilon_x + d\upsilon_x$ и от υ_y до $\upsilon_y + d\upsilon_y$.

Чтобы получить распределение Максвелла по модулю скоростей, надо произведение $d\upsilon_x \cdot d\upsilon_y$ заменить площадью кольца, радиус которого υ, а толщина $d\upsilon$; эта площадь $dS=2\pi\upsilon \cdot d\upsilon$, $\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = \upsilon^2$, тогда формула (4) примет вид:

$$dN = 4\pi N_0 \frac{m_0}{kT} e^{\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} \upsilon d\upsilon. \qquad (5)$$

Наиболее вероятная скорость для двухмерного газа $\upsilon_в = \sqrt{\frac{kT}{m_0}}$, тогда

$$dN = 4\pi N_0 \frac{1}{\upsilon_в^2} e^{\frac{\upsilon^2}{2\upsilon_в^2}} \upsilon d\upsilon \text{ или } dN = 4\pi N_0 e^{\frac{\upsilon^2}{2\upsilon_в^2}} \frac{\upsilon}{\upsilon_в^2} d\upsilon. \qquad (6)$$

Этим выражением (6) воспользуемся для определения числа молекул газа, скорости которых лежат в интервале от υ_1 до υ_2.

$$N = 4\pi N_0 \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} e^{-\frac{\upsilon^2}{2\upsilon_в^2}} \frac{\upsilon}{\upsilon_в^2} d\upsilon. \qquad (7)$$

Под интегралом стоит полный дифференциал, т. е.

$$d\left(e^{-\frac{\upsilon^2}{2\upsilon_в^2}} \right) = e^{-\frac{\upsilon^2}{2\upsilon_в^2}} \frac{2\upsilon d\upsilon}{2\upsilon_в^2} = e^{-\frac{\upsilon^2}{2\upsilon_в^2}} \frac{\upsilon d\upsilon}{\upsilon_в^2}.$$

Следовательно,

$$N = 4\pi N_0 \left(e^{-\frac{\upsilon_1^2}{2\upsilon_в^2}} - e^{-\frac{\upsilon_2^2}{2\upsilon_в^2}} \right). \qquad (8)$$

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ (РАБОЧАЯ УСТАНОВКА)

Для знакомства с законом распределения, аналогичным закону Максвелла, служит механическая модель, осуществляющая двухмерное рассеяние частиц.

В камере 1 установлено 18 горизонтальных сеток 2, под ними расположены семь собирающих цилиндров 3. Когда в воронку 4 направлен поток зёрен пшена – зёрна рассеиваются по всем направлениям в плоскости сеток (x, y) и попадают в цилиндры, в каждом цилиндре собираются зёрна с определённой горизонтальной составляющей скоростью движения. Масса зёрен в каждом цилиндре пропорциональна числу зёрен в нём, а скорость их пропорциональна номеру цилиндра; с учётом этого факта формулу (8) можно записать так:

$$\mathbf{M_i = M_0}\left[\left(\mathbf{e}^{-\frac{(\mathbf{i-1})^2}{\mathbf{2i_{\hat{A}}^2}}} - \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{i}^2}{\mathbf{2i_B^2}}}\right)\right] \text{ – } \textbf{рабочая формула}, \qquad (9)$$

где i – номер цилиндра,

M_i – масса зёрен в i – том цилиндре,

M_0 – масса зёрен в семи цилиндрах вместе,

i_B – номер цилиндра с наибольшей массой зёрен.

Схема установки дана на рис.3:

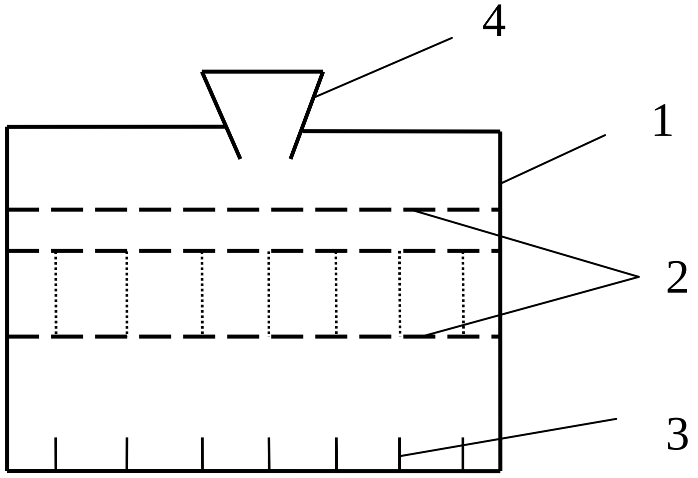


Рис. 3. Схема рабочей установки

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Установите концентрические цилиндры один в другой и поставить их на дно камеры так, чтобы отвес был общей осью воронки и цилиндров. Положить на опоры n_1 сеток (количество сеток задает преподаватель). Закройте камеру.
3. Осторожно, но непрерывно сыпьте зёрна в воронку (общую массу зерен задает преподаватель).
4. Достаньте цилиндры из камеры и определите взвешиванием массу зёрен в каждом цилиндре отдельно. Результаты занесите в таблицу.
5. Ссыпьте зёрна в тару. Установите цилиндры на оси воронки, на опоры положить n_2 сеток, закройте камеру, и повторите все по п.п. 2 и 3.

Таблица 1

<table>
<tr><td rowspan="2">Число сеток</td><td rowspan="2">Общая масса, M_0, кг</td><td colspan="8">M_i – масса зёрен в каждом цилиндре, кг</td></tr>
<tr><td>Номер цилиндра</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td>Опыт</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Теория</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td>Опыт</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Теория</td></tr>
</table>

6. Рассчитайте массу зёрен в каждом цилиндре по рабочей формуле. Центральный цилиндр имеет номер 1.

7. В одних осях координат постройте графики зависимости M_i от i по опытным данным.

8. В других осях координат постройте графики зависимости M_i от i по теоретическим расчетам.

9. Сравнивая графики, сделайте вывод о мере справедливости закона Максвелла для механической модели.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Сколько существует методов рассмотрения поведения большого количества частиц и в чем суть каждого метода?
2. Почему в данной работе применён статистический метод описания?
3. Начертите качественную кривую закона распределения молекул газа по скоростям и объяснить её.

Блок II

4. Как понять и объяснить модель «двухмерный газ»?
5. Что означает начало кривой с нуля? Что значит наиболее вероятная скорость? От чего она зависит?
6. Чему равна площадь под кривой распределения Максвелла? Почему?
7. Чему эквивалентно изменение числа сеток в опыте?
8. Ваше личное мнение – подтвердил опыт теорию или нет? Ответ обосновать.

Блок III

9. Вычислить среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул идеального газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность $\rho = 1$ г/л.

10. Определить температуру водорода, при которой средняя квадратичная скорость молекул больше их наиболее вероятной скорости на v = 400 м/с. Найти среднюю арифметическую скорость молекул водорода при этой температуре. Молярная масса водорода μ= 2 ·10–3 кг/моль.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы: проверка применимости модели идеального газа для воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении.

Приборы: сосуд с пробкой и капилляром;
мерный сосуд;
стеклянный сосуд;
линейка;
секундомер;
термометр;
барометр.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Идеальный газ – теоретическая модель, в которой пренебрегают размерами частиц газа, не учитывают силы взаимодействия между частицами газа, предполагая, что средняя кинетическая энергия частиц много больше энергии их взаимодействия, и считают, что столкновения частиц газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие. Обмен энергией между частицами в таких случаях происходит только в момент удара.

Подобная модель является приближенной и хорошо отвечает наблюдаемым свойствам газов при выполнении условия $D \ll \langle\lambda\rangle$, где D – эффективный диаметр частиц газа, а $\langle\lambda\rangle$ – *средняя длина свободного пробега частиц,* т. е. средняя длина пути, проходимого частицей между двумя последовательными соударениями с другими частицами (рис. 1, 2).

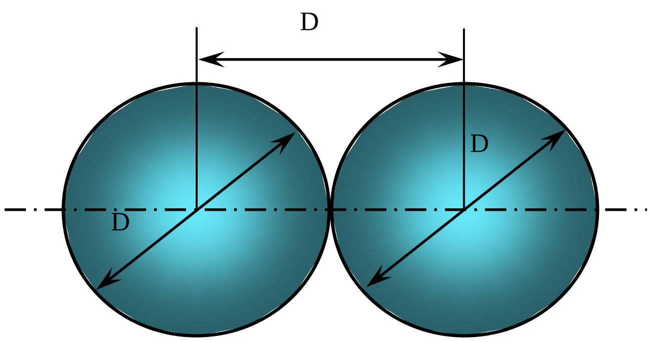


Рис. 1. Эффективный диаметр частиц газа

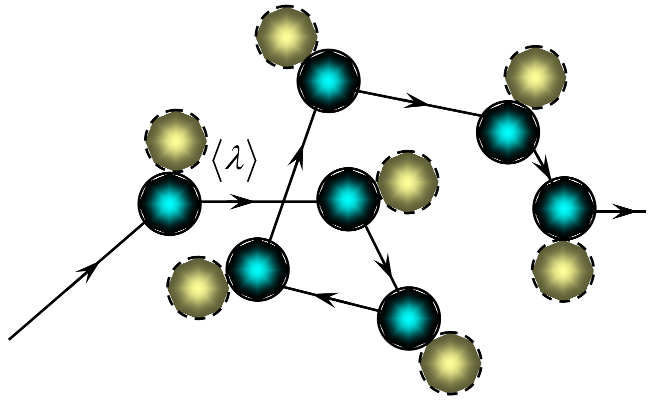


Рис. 2. Средняя длина свободного пробега частиц

В молекулярно-кинетической теории газов под *эффективным диаметром* понимают наименьшее расстояние между частицами, на которое они могут сблизиться при соударении. На первой стадии столкновения микрочастиц (молекул или атомов) их кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию деформированных электронных оболочек. Затем, на последующей стадии, энергия упруго деформированных электронных оболочек переходит в кинетическую энергию разлетающихся частиц. Очевидно, что, чем выше кинетическая энергия частиц, тем на меньшее расстояние они могут сблизиться при ударе. Поэтому, величина эффективного диаметра молекул газа не является «константой», а зависит от параметров состояния газа (в первую очередь – от температуры).

Молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, объем, температуры) связаны с его микропараметрами (размеры, масса, молекулы, ее скорость). Пользуясь этими формулами, можно при помощи легко измеряемых макропараметров – давления, температуры, коэффициента внутреннего трения – получить интересующие нас микропараметры.

В данной работе вычисляется средняя длина свободного пробега по коэффициенту внутреннего трения (вязкости). Внутреннее трение (вязкость) η – это свойство жидкостей и газов оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости или газа относительно другой.

Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа, движущимися с различными скоростями, заключается в том, что из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего импульс (количество движения) слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее –

увеличивается, что приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее.

Из молекулярно-кинетической теории следует формула, связывающая вязкость со средней длиной свободного пробега молекулы. Эта формула имеет виды

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle\lambda\rangle\langle\upsilon\rangle, \tag{1}$$

где η – коэффициент внутреннего трения (вязкости);

ρ – плотность газа;

$\langle\lambda\rangle$ – средняя длина свободного пробега;

$\langle\upsilon\rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул.

С учетом максвелловского распределения молекул по скоростям, средняя скорость движения молекул

$$\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \tag{2}$$

Плотность газа ρ при давлении P, температуре T и молярной массе μ

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}. \tag{3}$$

Величину внутреннего трения газа η можно определить, используя закон Пуазейля, согласно которому объем газа, протекающего по трубке радиусом r, длиной *l* за время t выражается следующим образом

$$V = \frac{\pi r^2 t\Delta P}{8l\eta}. \tag{4}$$

Комбинируя (1) и (4) с учетом (2) и (3), получаем рабочую формулу для расчета средней длины пробега молекул воздуха

$$\langle\lambda\rangle = 3\sqrt{\frac{\pi^3 R}{8^3\mu}}\cdot\frac{r^4 t\Delta P\sqrt{T}}{V\cdot l\cdot P}. \tag{5}$$

Учитывая, что R = 8,31 Дж/К·моль, и молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль, рассчитываем коэффициент пропорциональности в формуле (5)

$$A = \left[3\sqrt{\frac{3{,}14^3\cdot 8{,}31}{8^3\cdot 0{,}029}}\right] = 12{,}5\ (Дж / кг\cdot К)^{1/2}.$$

С учетом поправочного коэффициента, учитывающего конструктивные особенности установки, формула (5) примет следующий вид

$$\langle\lambda\rangle = B\frac{r^4 t\Delta P\sqrt{T}}{V\cdot l\cdot P}$$ **– рабочая формула**, (6)

где B – поправочный коэффициент;

r – радиус капилляра;

l – длина капилляра;

P и T – давление и температура воздуха в помещении;

V – объем воздуха, вошедшего в сосуд за время t;

ΔP – разность давлений на концах капилляра (см. формулу 12).

Средняя длина свободного пробега $\langle\lambda\rangle$ и эффективный диаметр молекулы D связаны между собой соотношением

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n D^2}, \tag{7}$$

где n – концентрация молекул газа при давлении P и температуре T.

$$\frac{nT}{P} = \frac{n_0 T_0}{P_0}, \tag{8}$$

где T_0 = 0°C = 273K, P_0 = 760 мм. рт. ст≈10^5Па, n_0 = 2,7·10^{25} $м^{-3}$ – число Лошмидта, т. е. концентрация молекул при нормальных условиях (P_0, T_0).

Эффективный диаметр молекулы воздуха D можно вычислить из формулы (7), выражающей его связь с длиной свободного пробега $\langle\lambda\rangle$. С учетом соотношения (8), получим

$$D = \sqrt{\frac{P_0 T}{\sqrt{2}\pi\langle\lambda\rangle T_0 n_0 P}}$$ **– рабочая формула**. (9)

Фактическая задача определения $\langle\lambda\rangle$ сводится к определению коэффициента внутреннего трения η воздуха. Схема, используемого устройства приведена на рис. 3. Сосуд 1 заполнен водой и закрыт пробкой 2, через которую проходит капиллярная трубка 3. При закрытом кране 4 давление воздуха над жидкостью внутри сосуда P_1 равно атмосферному, т. к. сосуд сообщается с атмосферой через капилляр. Если приоткрыть кран 4, то вследствие вытекания воды давление в сосуде будет уменьшаться, и в него через капилляр будет засасываться воздух. Обладая определенной вязкостью, воздух постепенно просачивается сквозь капилляр, в результате чего внутри сосуда давление газа остается ниже атмосферного.

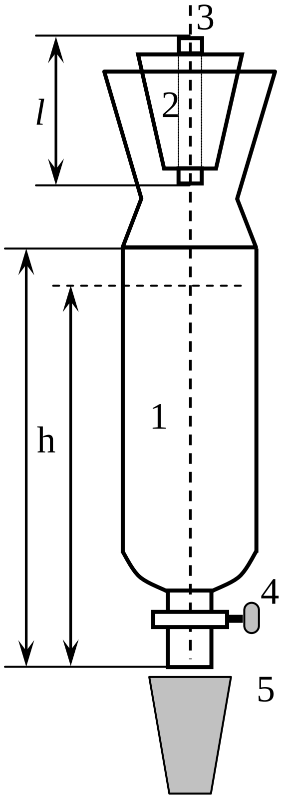


Рис. 3. Схема установки

Такой процесс засасывания через капилляр воздуха и истечение из сосуда жидкости будет происходить до тех пор, пока сумма давлений воздуха над жидкостью P_1 и гидростатического давления жидкости внутри сосуда на уровне отверстия ρgh не станет равным атмосферному $P_{атм}$, т. е

$$P_1 + \rho g h = P_{атм}. \qquad (10)$$

С этого момента жидкость будет выливаться отдельными каплями. В капилляр будет засасываться воздух, т. к. концы капилляра будут находиться под разным давлением (верхний – под атмосферным $P_{атм}$, а нижний – под давлением газа внутри сосуда P_1. Разность давлений на концах капилляра с учетом (10)

$$\Delta P_{атм} = P_{атм} - P_1 = \rho g h\,. \qquad (11)$$

Так как площадь сечения сосуда 1 велика, а объем вытекшей жидкости будет незначительным, поэтому в качестве ΔP можно взять среднюю разность давления на концах капилляра в начале и в конце истечения жидкости

$$\boldsymbol{\Delta P = \rho g \frac{h_1 + h_2}{2}} \text{ – \textbf{рабочая формула}}, \qquad (12)$$

где ρ – 10^3 кг/м^3 – плотность воды;

g – ускорение свободного падения;

h_1 – высота уровня жидкости до истечения жидкости;

h_2 – высота уровня жидкости до истечения жидкости (рис. 3).

Радиус капилляра измеряют с помощью микроскопа, его значение приведено на установке. Температуру и атмосферное давление воздуха измеряют термометром и барометром, установленными в помещении лаборатории.

Объем воздуха, вошедшего в сосуд, равен объему вытекшей жидкости и определяется мерным сосудом.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с приборами, запишите их характеристики в отчет.
2. Запишите показания термометра и барометра (в единицах СИ).
3. Закройте кран 4 и заполните сосуд водой так, чтобы поверхность воды не касалась капиллярной трубки. Плотно закройте сосуд пробкой 2.
4. С помощью линейки измерьте высоту h_1 столба жидкости – от уровня конца сосуда до уровня поверхности воды.
5. Откройте кран 4 и дождитесь момента, когда струя вытекающей воды начинает разбиваться на капли. Быстро замените сосуд с водой на пустой мерный сосуд и одновременно включите секундомер.
6. Отметьте время наполнения 50 мл воды. Измерьте высоту h_2.
7. Повторите опыт еще 2 раза по п. 3–5.
8. По формуле (12) рассчитайте ΔP. По формуле (6) рассчитайте $\langle \lambda \rangle$, используя средние арифметические значения ΔP, t, h_1 и h_2.
9. По формуле (9) оцените величину эффективного диаметра молекул воздуха.
10. Сделайте вывод по работе.

Таблица 1

<table>
<tr><td rowspan="2">№
п/п</td><td>h_1</td><td>h_2</td><td>t</td><td>ΔP</td><td>V</td><td>r</td><td>T</td><td>P</td><td>l</td></tr>
<tr><td>м</td><td>м</td><td>с</td><td>Па</td><td>$м^3$</td><td>м</td><td>К</td><td>Па</td><td>м</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>средние значения</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="3">$\langle \lambda \rangle$ =</td><td colspan="2">D =</td></tr>
</table>

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Блок I

1. Какой газ называется идеальным?
2. Что называется средней длиной свободного пробега и эффективным диаметром молекул? Запишите связь между этими величинами.
3. Охарактеризуйте явления переноса в газах (теплопроводность, внутреннее трение (вязкость), диффузия).
4. Опишите механизм внутреннего трения в газах.
5. От каких физических величин зависит коэффициент внутреннего трения газа?

Блок II

6. Почему величина эффективного диаметра молекул зависит от температуры и давления?
7. Сравните значения $\langle \lambda \rangle$ и D с табличными данными для воздуха.

Блок III

8. При нормальных условиях средняя длина свободного пробега молекул водорода равна 0,15 мкм. Определите среднюю длину свободного пробега при давлении 10 мПа, если температура остаётся постоянной.
9. Определите среднюю длину свободного пробега атомов гелия, если плотность газа 0,02 кг/м^3, а диаметр атома гелия равен 0,22 нм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ермакова, Е. В. Задачи при подготовке к лабораторным занятиям по физике в педагогическом вузе // Концепт. – 2013. – № 03.
2. Зисман, Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. В 3 т.: – СПб: Лань. – Т.2.: 2007. – 352 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Изд-во: Лань. 2006. – 832 с.
4. Ращиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач: Учеб. пособие. – СПб.: Лань, 2005. – 208 с.
5. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука; СПб.: Лань, 2006.1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс обшей физики. Т.1. – М.: Физматиздат. 1990. – 336 с.
6. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1999. – 542 с.
7. Трофимова Т.И. Физика в таблицах и формулах: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений и образоват. учреждений сред. проф. образования. – М.: Академия, 2006. – 448 с.
8. Шаповалов А.А.. Методика конструирования и содержание лабораторного эксперимента по элементарному курсу механики. – Барнаул, 1996 г.

Приложение

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица 1

Длина свободного пробега молекул воздуха

Газ	λ, м при 0°C и 760 мм рт. ст.
N_2	$5{,}99 \cdot 10^{-8}$
Ar	$6{,}35 \cdot 10^{-8}$
H_2	$11{,}23 \cdot 10^{-8}$
O_2	$6{,}47 \cdot 10^{-8}$
Воздух	$6{,}08 \cdot 10^{-8}$

Таблица 2

Длина свободного пробега молекул воздуха

Давление воздуха, мм рт. ст.	Средняя длина свободного пробега молекулы воздуха при 20°C	
760	$6{,}21 \cdot 10^{-8}$ м	-0,06 мк
1	$4{,}72 \cdot 10^{-5}$ м	~47 мк
10^{-1}	$4{,}72 \cdot 10^{-4}$ м	472 мк ~ 0,5 мм
	$4{,}72 \cdot 10^{-3}$ м	4,7 мм
10^{-3}	$4{,}72 \cdot 10^{-2}$ м	47 мм
10^{-4}	$4{,}72 \cdot 10^{-1}$ м	472 мм ~ 0,5 м
10^{-5}	4,72 м	4,7 м
10^{-6}	$4{,}72 \cdot 10$ м	47 м
10^{-8}	$4{,}72 \cdot 10^{2}$ м	472 м ~ 0,5 км
10^{-9}	$4{,}72 \cdot 10^{3}$ м	4,7 км
10^{-10}	$4{,}72 \cdot 10^{4}$ м	47 км

Таблица 3

Эффективный диаметр молекул

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот Водород	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$ $2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Гелий Кислород	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$ $2{,}7 \cdot 10^{-10}$

Учебное издание

ТЕСЛЕВА Елена Павловна
ПОЛИЦИНСКИЙ Евгений Валериевич

ФИЗИКА. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
ЧАСТЬ 1

Электронное учебное пособие

Научный редактор *доктор технических наук, профессор С.Б. Сапожков*

Редактор *Т.В. Казанцева*

ЮТИ ТПУ 2015