Экспериментальное исследование теплофизических и газодинамических процессов

Лекция № 5

Измерение коэффициента теплоотдачи и термического сопротивления. Пи-теорема. Измерения в безразмерных переменных

Средства измерения теплопроводности / теплоемкости / температуропроводности

Методы измерения теплопроводности твердых тел

1. Метод коаксиальных цилиндров

Принцип измерения заключается в нагреве системы из трех цилиндрических образцов (***рис. 1***) коаксиальным тепловым потоком заданной величины. Исследуемый образец помещают между образцами с известными свойствами. Вычисление коэффициента ***теплопроводности*** исследуемого образца осуществляют ***с помощью температурных градиентов, возникающих в трех цилиндрах.***

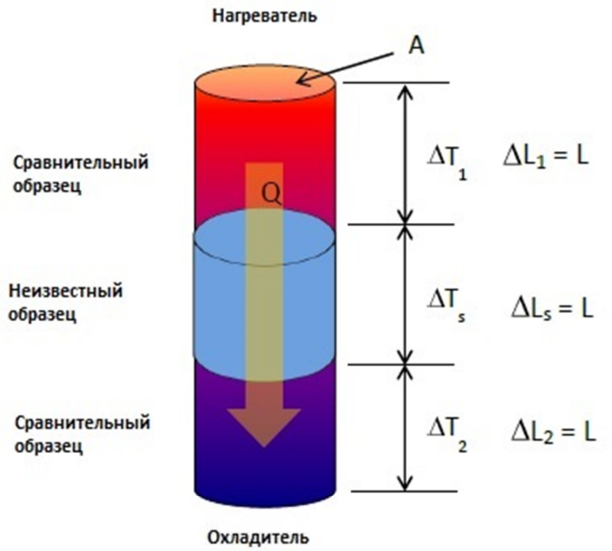


Рис. 1. Схема измерения теплопроводности методом коаксиальных цилиндров

Данный метод ***относится к стационарным,*** поскольку для его применения необходимо температурное равновесие системы (***рис. 1***). Теплопроводность исследуемого образца вычисляют из уравнения баланса:

$$\frac{Q}{A} = \lambda_s \frac{\Delta T_s}{L} = \lambda_{1,2} \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2} \frac{1}{L}$$

Q – заданный аксиальный тепловой поток, передаваемый от нагревателя, Вт;
A – площадь поперечного сечения цилиндрических образцов, м^2;
λ_s – коэффициент теплопроводности исследуемого объекта, Вт/(м·К);
$\lambda_{1,2}$ – коэффициент теплопроводности материала эталонных цилиндров, Вт/(м·К);
ΔT_s – температурный градиент в исследуемом образце, К;
ΔT_1, ΔT_2 – температурные градиенты в эталонных образцах, К;
L – высота цилиндрических образцов, м.

Средства измерения теплопроводности / теплоемкости / температуропроводности

2. Метод горячих пластин

$$\frac{Q}{A} = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2)$$

Метод основан на использовании ***уравнения закона Фурье*** и предполагает экспериментальное определение ***плотности теплового потока, толщины исследуемого образца в форме пластины и температур на двух его поверхностях.*** Пластина разогревается за счет контакта с электрическим источником нагрева (например, лабораторным автотрансформатором). В установившемся тепловом режиме выполняют измерения температуры обеих граней пластины заданной толщины. Поскольку часть теплового потока, передаваемого нагревателем, рассеивается в окружающую среду через боковые поверхности пластины, нельзя в качестве величины теплового потока использовать значение $Q_{эн.}$

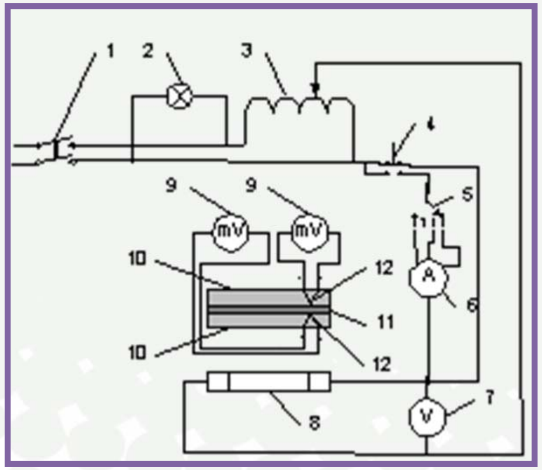


Рис. 2. Метод горячих пластин

Для уменьшения влияния потерь теплоты на результаты экспериментального определения коэффициента теплопроводности опыты проводят с образцами одинаковых размеров из эталонного и исследуемого материалов. Считается, что у этих образцов, находящихся в одинаковых условиях, потери теплоты также одинаковы. Следовательно, при одинаковом тепловом потоке нагревателя одинаковые тепловые потоки пройдут и через образцы. ***Плотность теплового потока, проходящего через эталонный образец, для которого коэффициент теплопроводности известен, рассчитывают по закону Фурье после экспериментального измерения разности температур. Найденное значение используют для определения коэффициента теплопроводности исследуемого образца, значения температур на поверхностях которого определяют в опыте с этим образцом.***

Средства измерения теплопроводности / теплоемкости / температуропроводности

Методы измерения теплоёмкости

Большинство экспериментальных методов определения теплоемкости веществ основано на подводе к заданной массе (или объему) ***исследуемого образца известного количества энергии и точном измерении температуры объекта исследования до и после подвода теплоты.*** Одной из главных проблем наряду с точностью измерения температуры является рассеивание части подведённой энергии в окружающую среду. Эта проблема решается путем использования эталонного образца для определения доли потерь энергии, а также импульсным подводом тепла от светового источника (лазера/ксенона). Измерения проводят с использованием ***калориметров различной конструкции*** (рис. 3).

$$\boxed{C = \frac{Q}{(T_2 - T_1)m}}$$, Дж/(кг·К)

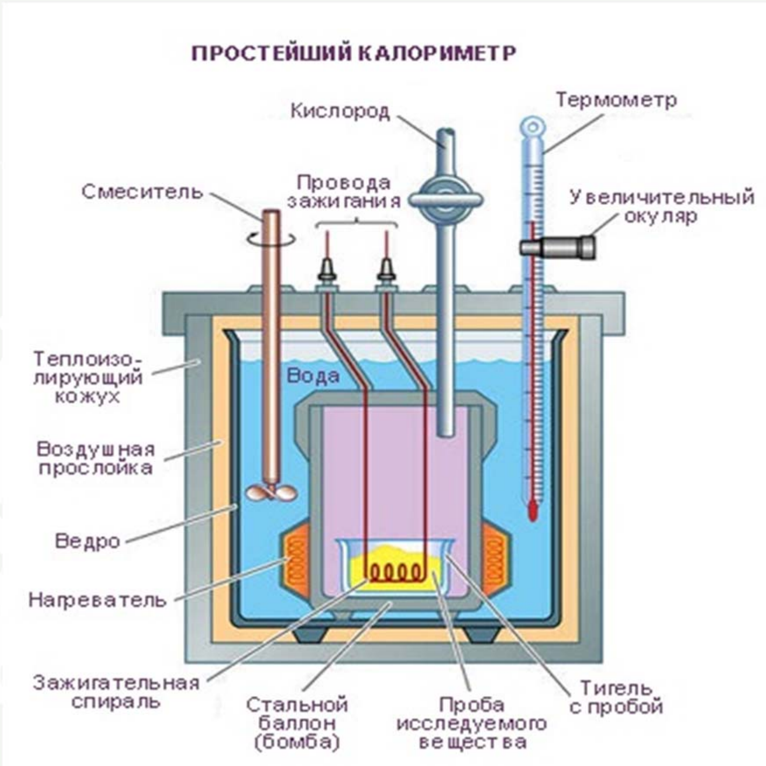


Рис. 3. Схема устройства для прямой калориметрии

Средства измерения теплопроводности / теплоемкости / температуропроводности

Методы измерения температуропроводности

В случае, если ***экспериментально определены*** такие теплофизические характеристики образца, как теплопроводность λ, теплоёмкость C и плотность ρ, коэффициент ***температуропроводности*** можно вычислить из соотношения

$$\boxed{a = \frac{\lambda}{C\rho}}\ , \text{ м}^2/\text{с}.$$

Для экспериментального определения коэффициента температуропроводности с 60х гг. XX века используют ***метод вспышки,*** и за это время значительно модернизировался при неизменном принципе действия. Достаточно тонкий (5-15 мм) цилиндрический образец с лицевой стороны подвергается воздействию короткого высокоинтенсивного импульса тепла, а с тыльной стороны образца производится считывание изменения температуры образца.

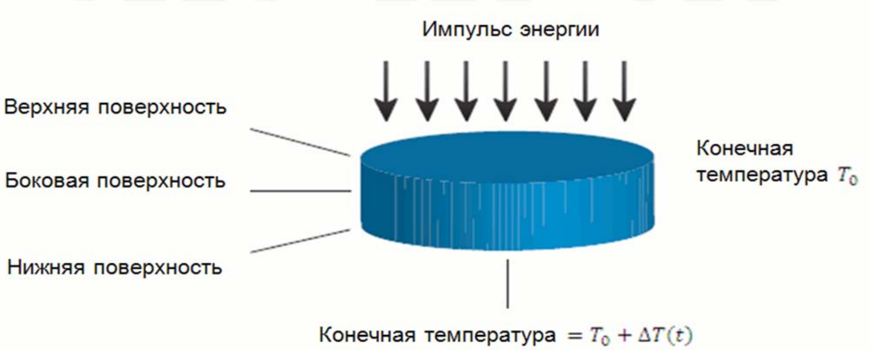


Рис. 4. Принцип использования ***метода вспышки*** для определения коэффициента температуропроводности

Значение коэффициента ***температуропроводности*** соответствует уравнению:

$$\boxed{a = 0.1388\frac{L^2}{t_{1/2}}}$$

L – толщина образца, м;

$t_{1/2}$ – половина времени достижения максимума температуры на тыльной стороне образца, с.

Средства измерения теплопроводности / теплоемкости / температуропроводности

Мировым лидером в производстве приборов и средств измерения теплофизических свойств материалов является компания *TA Instruments*

а б в

Рис. 5. Измерительные комплексы компании ***TA Instruments***: дифференциальный сканирующий калориметр (а), анализаторы теплопроводности (б) и температуропроводности (в)

Средства измерения коэффициента теплоотдачи

Коэффициент теплоотдачи – это значение теплового потока при разности температур между взаимодействующими средами 1К. Как и для большинства теплофизических свойств веществ и материалов, для ***коэффициента теплоотдачи используют косвенные измерения, а затем, используя выражения закона Ньютона-Рихмана***, вычисляют:

$$\boxed{Q = \alpha\left(t_1 - t_2\right) A} \text{ Вт.}$$

Q – тепловой поток, Вт,
α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К);
t_1 и t_2 – температуры сред, между которыми происходит конвективный теплообмен, К;
A – площадь поверхности теплообмена, м^2.

Таким образом, ***измерения сводятся к определению тепловой мощности и температур взаимодействующих сред и тел.***

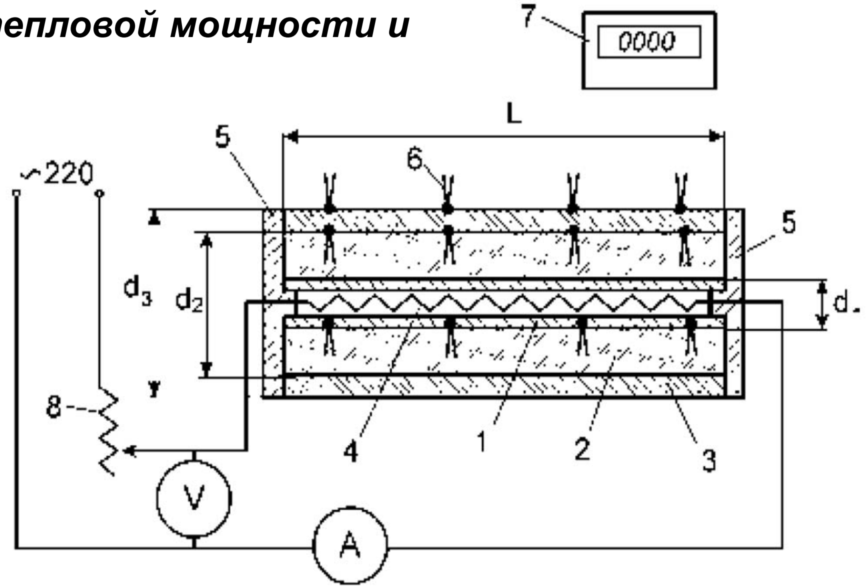


Рис. 6. Схема экспериментальной установки для определения коэффициента теплоотдачи: 1 – электронагреватель; 2 – теплообменная трубка; 3 – кольцевой зазор; 4 – воздуховоды; 5 – ротаметр; 6 – вентиль; 7 – термопары; 8 – цифровой индикатор; 9 – регулятор напряжения; 10 – тепловая изоляция

Средства измерения коэффициента теплоотдачи

Одним из способов экспериментального определения коэффициента теплоотдачи отопительных приборов (ОП) является измерение теплового потока или электрической мощности P, подводимых теплоносителем или электрическим током к отопительному прибору, а также температур $T_п$ поверхности и $T_с$ по формуле:

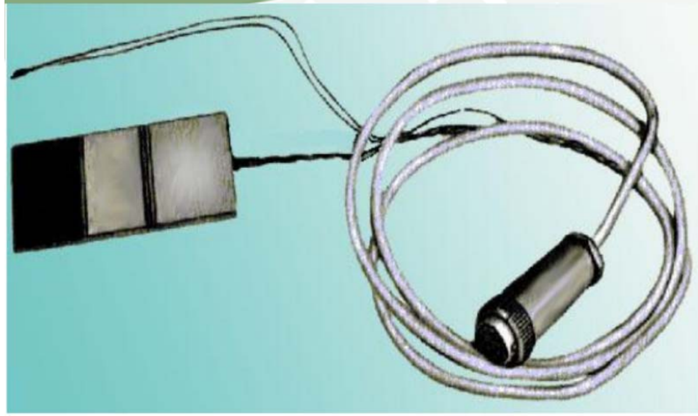
$$\boxed{\alpha = \frac{P}{(T_n - T_c) \cdot F}}$$

где *F* – площадь поверхности ОП. Температуру $T_п$ задают термостатом или изменением напряжения питания. Подводимую мощность *P* определяют по измерениям тока и напряжения или теплосчетчиком. Измеряют также температуру среды Тс.

Подобные методы используют для определения *α* ***в лабораторных условиях.***

Для измерений α в реальной обстановке создают специальные измерители, например, типа ИКТ и РКТП (ИТТФ), на основе контактных преобразователей теплового потока (ПТП). Измеритель представляет собой плоскую конструкцию, содержащую два одинаковых ПТП, смонтированных на общей подложке, обеспечивающей условия изотермичности для контактирующих с ней поверхностей ПТП. Внешние поверхности ПТП покрыты металлическими пластинками с значениями коэффициентов излучения ε_1 = 0,95 и ε_1 = 0,1. ***Измеряемая тепломерами плотность теплового потока имеет разные значения из-за различия радиационных составляющих теплообмена. Это позволяет рассчитать коэффициент теплоотдачи, обусловленный только конвективным теплообменом.***

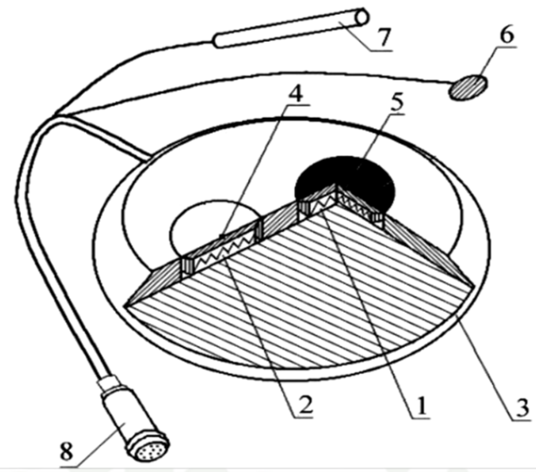
Средства измерения коэффициента теплоотдачи



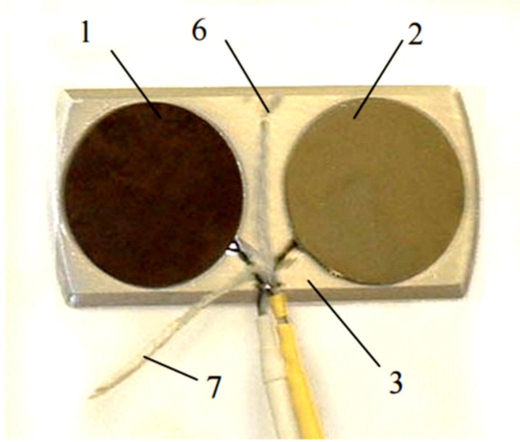
Измеритель коэффициента теплообмена ИКТ

Теплометрические устройства РКТП

модель РКТП-1



модель РКТП-2



1 – ПТП с «черной» тепловоспринимающей пластинкой; 2 – ПТП с «белой» тепловоспринимающей пластинкой; 3 – подложка температуровыравнивающая; 4, 5 – термопары на поверхностях ПТП; 6 – термопара для измерения температуры поверхности; 7 – термопара для измерения температуры воздуха; 8 – разъем.

Средства измерения коэффициента термического сопротивления

<u>Измерение</u> – процесс нахождения значения физической величины опытным путем с помощью средств измерения.

<u>Прямые</u> – это измерения, при которых искомое значение физической величины находят непосредственно из опытных данных. Прямые измерения можно выразить формулой <u>$Q = X$</u>, где Q – искомое значение измеряемой величины, а X – экспериментально определенное значение.
<u>Примерами прямых измерений являются</u>: термопарные измерения температуры, манометрические измерения давления и т.д.

<u>Косвенные</u> – это измерения, при которых значение величины определяют на основании известной зависимости между искомой величиной и величинами, значения которых находят прямыми измерениями. Таким образом, значение измеряемой величины вычисляют по формуле $Q = F(x_1, x_2 \ldots x_n)$, где Q – искомое значение измеряемой величины; F – известная функциональная зависимость, x_1, $x_2 \ldots x_n$ – значения величин, полученные прямыми измерениями.
<u>Примеры косвенных измерений</u>: нахождение удельного электрического сопротивления проводника по его сопротивлению, длине и площади поперечного сечения, нахождение коэффициента теплоотдачи путем определения тепловой мощности и температур взаимодействующих сред и тел, нахождение плотности жидкости путем определения частоты колебаний трубок плотномера., нахождение плотности среды по измеренному давлению столба жидкости постоянной высоты.

Средства измерения коэффициента термического сопротивления

Термическое сопротивление — тепловое сопротивление, способность тела (его поверхности или какого-либо слоя) препятствовать распространению теплового движения молекул. Термическое сопротивление слоя рассчитывается, как отношение его толщины к коэффициенту теплопроводности данного материала.

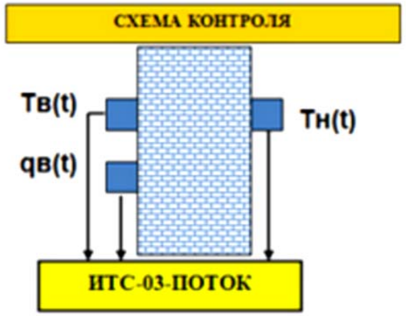
$$\boxed{R = \frac{\delta}{\lambda},}$$

δ– толщина материала (м);
λ – коэффициент теплопроводности (Вт/м·^{0}С).

Термическое сопротивление сложной системы (например, многослойной тепловой изоляции) равно *сумме термического сопротивления* её частей.

Средства измерения коэффициента термического сопротивления

Измеритель теплофизических величин ИТВ



Измеритель термического сопротивления ИТС-03-ПОТОК»

Приборы ИТП-МГ4 «100» («100» Зонд)

Пи-теорема. Измерения в безразмерных переменных

Основные термины

Метод размерностей – метод определения ***числа и структуры безразмерных степенных комплексов***, построенных из величин, существенных для данного процесса, на основе сопоставления размерностей этих величин.

Первичная величина – физическая величина, которая ***вводится для данного класса явлений*** безотносительно к другим величинам и численное значение которой определяется посредством прямого измерения (при этом единица измерения выбирается произвольно).

Вторичная величина – физическая величина, которая ***выражается через первичные по определению*** (на основе физических представлений, законов, т.е. определительных уравнений).

Единица измерения – физическая величина, принятая по соглашению в качестве основы (стандарта) для сравнения всех однородных (т.е. имеющих одну и ту же физическую природу) величин.

Система единиц – совокупность единиц измерения, построенная на основе определенных единиц для величин, принятых в качестве первичных (для данного класса явлений).

Основная единица измерения – единица ***измерения первичной величины.*** Производная единица измерения – единица измерения вторичной величины, выражаемая через основные единицы с помощью формулы размерности.

Размерная величина – величина, численное значение которой ***зависит от выбора основных единиц измерения.***

Безразмерная величина – величина, численное значение которой ***не зависит от выбора основных единиц измерения.***

Пи-теорема.
Измерения в безразмерных переменных

Формула размерности. В теории размерности доказывается, что размерность любой величины представляет собой степенные одночлены вида $[N]=L^{l}\cdot T^{t}\cdot M^{m}\ \cdot\ldots$ и называется формулой размерности. Иногда в формуле размерности используют не символы основных величин, а их единиц измерения $[v]=$ м$\cdot$с$^{-1}$, $[E]=$ *кг* $\cdot$ м$^{2}\cdot$с$^{-2}$ и т.д.

Пи-теорема. Соотношение, не зависящее от выбора единиц измерения, между (n+1) размерными величинами a, a_1, a_2,…, a_n, k из которых имеют независимые размерности, может быть представлено в виде соотношения между (n+1–k) величинами П, $П_1$, $П_2$,…, $П_{n–k}$, представляющими собой безразмерные комбинации (n+1) размерных величин.

Основной смысл ***пи-теоремы*** состоит в том, что всякое ***физическое соотношение между размерными величинами можно сформулировать как соотношение между безразмерными величинами.*** Этот факт лежит в основе теоремы подобия, играющей важную роль в механике сплошной среды.

Чем меньше число величин, определяющих изучаемую величину, тем более ограничена форма функциональной зависимости и тем проще исследование этой зависимости.

Пи-теорема.
Измерения в безразмерных переменных

<u>Пи-теорема</u> применяется для физического моделирования различных явлений в аэродинамике, гидродинамике, теории упругости, теории колебаний. Моделирование основано на том, что если для двух природных процессов («модельного» и «натурного», например для потока воздуха вокруг модели самолета в аэродинамической трубе и потока воздуха вокруг реального самолета) безразмерные аргументы (их называют критерии подобия) в зависимости совпадают, что может быть осуществлено за счет специального выбора параметров «модельного» объекта, то и безразмерные значения функции также совпадают. Это позволяет «пересчитывать» размерные экспериментальные значения параметров от «модельного» объекта к «натурному», даже если вид функции неизвестен. Если совпадения всех критериев подобия для «модельного» и «натурного» объектов достичь невозможно, то часто прибегают к приближенному моделированию, когда достигается подобие только по критериям, отражающим влияние наиболее существенных факторов, тогда как влияние второстепенных факторов учитывается приближенно на основе дополнительных соображений (не следующих из теории размерностей).

<u>Например:</u> Используя метод размерностей, найти критериальное уравнение теплоотдачи при турбулентном вынужденном движении жидкости в прямой трубе круглого поперечного сечения.

<u>Решение:</u> Коэффициент теплоотдачи α [ккал/(м^2·с·˚С)] зависит от коэффициента теплопроводности жидкости λ [ккал/(м^2·с·˚С)], линейной скорости потока u (м/с), диаметра трубы d (м), кинематического коэффициента вязкости жидкости ν (м^2/с), коэффициента температуропроводности a (м^2/с) и длины трубы l (м).

Пи-теорема.
Измерения в безразмерных переменных

Уравнение, описывающее явление, записывается в общем виде: $f(\alpha, \lambda, u, d, \nu, a, l) = 0$
или в виде зависимости $\alpha = C \cdot \lambda^m \cdot u^n \cdot d^q \cdot \nu^p \cdot a^r \cdot l^s$ где C, m, n, q, p, r, s – постоянные

Размерности правой и левой стороны уравнения должны быть одинаковыми.

$$\left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot {}^\circ\text{C}}\right] = \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot {}^\circ\text{C}}\right]^m \left[\frac{\text{м}}{\text{ч}}\right]^n [\text{м}]^q \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}}\right]^p \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}}\right]^r [\text{м}]^s$$

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы суммы показателей степени при одинаковых единиц измерения были равны:

$1 = m$	(для ккал)
$-2 = -m + n + q + 2(p + r) + s$	(для м)
$-1 = -m - n - (p + r)$	(для с)
$-1 = -m$	(для ˚С)

Отсюда находим:

$m = 1$

$n = -(p + r)$

$q = -(p + r) - 1 - s$

Подставив найденные значения в уравнение для α (и умножив для упорядочения правую его сторону на $\nu^r \cdot \nu^{-r} = 1$), получаем: $\alpha = C \cdot \lambda \cdot u^{-(p+r)} \cdot d^{-(p+r)} \cdot d^{-1} \cdot d^{-s} \cdot \nu^{(p+r)} \cdot \nu^{-r} \cdot a^r \cdot l^s$, сгруппировав члены с одинаковыми показателями степени, имеем:

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = C\left(\frac{ud}{\nu}\right)^{-(p+r)} \cdot \left(\frac{a}{\nu}\right)^r \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^s$$

$\alpha d/\lambda = \mathrm{Nu}$ – *критерий Нуссельта*;

$ud/\nu = \mathrm{Re}$ – *критерий Рейнольдса*;

$a/\nu = \mathrm{Pr}$ – *критерий Прандтля;*

l/d – *инвариант, характеризующий геометрическое подобие.*

Таким образом, ***критериальное выражение имеет вид***:

$$Nu = C\,Re^{-(p+r)} \cdot Pr^r \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^s$$

Известная зависимость:

$$Nu = 0.036 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.35} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^{-0.054}$$

Пи-теорема.
Измерения в безразмерных переменных

Пример использования Пи-теоремы

Задача. Найти фундаментальное решение уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = v\frac{\partial^2 a}{\partial x^2},\ a\big|_{t=0} = \delta(x). \quad (1)$$

Здесь t является временем, x — координатой.

Схема решения. Чтобы левая и правая части уравнения имели одну и ту же размерность, нужно, чтобы $[v]=[x]^2/[t]$. Из вида граничных условий можно понять, какую размерность должна иметь величина *a*: взяв безразмерную величину $\xi = x/L$, где *L* — фиксированное значение длины, получаем, что $a|_{t=0}=\delta(L\xi)=(1/L)\delta(\xi)$, т.е. $[a] = 1/[L]$. Равенство $\delta(L\xi)=(1/L)\delta(\xi)$ получается следующим образом: для пробной функции ϕ имеем

$$\int \varphi(\xi)\delta(L\xi)d\xi = \frac{1}{L}\int \varphi(\xi)\delta(L\xi)dL\xi = \frac{1}{L}\int \varphi(x/L)\delta(x)dx = \frac{1}{L}\varphi(0) = \frac{1}{L}\int \varphi(\xi)\delta(\xi)d\,x$$

Итак, нам нужно найти зависимость вида $a=f(t, x, v)$. Применяя пи-теорему, получаем, что $ax=F(vt/x^2)$. Для решения уравнения удобнее взять подстановку $a = \frac{1}{\sqrt{vt}}\psi\left(\frac{x^2}{vt}\right)$ (чтобы вторая производная по x имела более простой вид). Подставляем это в (1), обозначаем $z=x^2/vt$ и получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$-\frac{1}{2}\psi(z) - z\psi'(z) = 4z\psi''(z) + 2\psi'(z).$$

Одно из его решений имеет вид $\psi(z)=Ce^{-z/4}$, откуда

$$a(t,x) = \frac{C}{\sqrt{vt}}e^{-x^2/4vt}$$

Константа *C* находится из граничного условия.

Спасибо за внимание!