ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Теория автоматического управления и защит. Часть 1

Лекция 9

Параметрический синтез систем автоматического управления. Синтез АСР первого и второго порядка

Томск - 2019

Параметрический синтез систем автоматического управления

Синтез – процесс соединения или объединения ранее разрозненных вещей или понятий в целое или набор.

Виды синтеза:
- Структурный
- Параметрический

Структурный синтез – не известна ни структура, ни параметры.
Параметрический синтез – структура известна, требуется найти ее параметры.

Синтез системы включает этапы:
- Задание математической модели системы управления (выражения для передаточных функций объекта и регулятора).
- Формулировка требований к системе (по прямым оценкам качества).
- Синтез (определение значений параметров для удовлетворения требованиям).
- Проверка результатов синтеза (оценка приближения к требованиям).

Параметрический синтез систем автоматического управления

Будем полагать, что ***системы автоматического управления описывается линейными дифференциальными уравнениями, либо передаточными функциями, либо частотными характеристиками***. В качестве входных воздействий на саму систему будем рассматривать ***ступенчатое воздействие***.

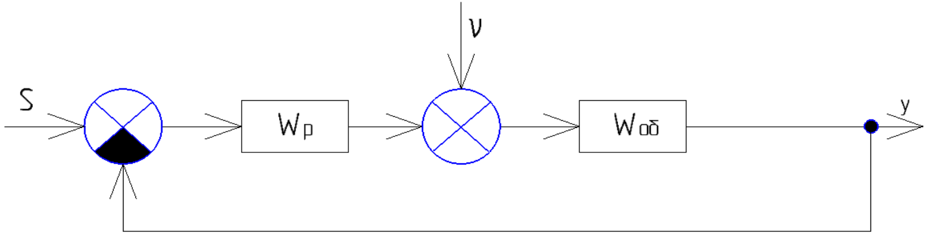
Последние объясняется двумя факторами:

1. При таком входном воздействии ***качество работы системы можно связывать с прямыми оценками качества***.

2. В ТАУ показывается, что ***ступенчатое воздействие является самым тяжелым видом воздействий.***

Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

Системы 1-го порядка - простейшие, нет противоречия между устойчивостью и качеством системы. В системах 2-го порядка эти противоречия есть.



Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

2 варианта передаточной функции объекта:

1) $W_{об}(P) = \dfrac{k_о}{T_о P + 1}$

2) $W_{об}(P) = \dfrac{k_о}{P}$

Для двух вариантов $Wp(P) = k_p$

Замкнутой системы

$$W з.с.(P) = \frac{W об \cdot W р}{1 + W об \cdot W р}$$

Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

Подставим 1 вариант

$$W_{з.с.}(P)=\frac{\frac{k_о}{T_оP+1}\cdot k_р}{1+\frac{k_о\cdot k_р}{T_оP+1}}=\frac{k_о\cdot k_р}{T_оP+1+k_о\cdot k_р}$$

т.е.

$$W_{з.с.}(P)=\frac{k_о\cdot k_р}{T_оP+(1+k_о\cdot k_р)}$$

Приведем к стандартному виду передаточную функцию

$$W_{з.с.}(P)=\frac{\frac{k_о\cdot k_р}{1+k_о\cdot k_р}}{\frac{T_оP}{1+k_о\cdot k_р}+1}=\frac{k_c}{T_cP+1},$$

где

$$T_c=\frac{T_о}{1+k_о\cdot k_р}=T_{системы},$$

$$k_c=\frac{k_о\cdot k_р}{1+k_о\cdot k_р}=k_{системы}$$

Таким образом, система описывается апериодическим звеном 1-го порядка с переменными T_c и k_c.

Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

Подставим 2-й вариант

$$W_{з.с.}(P)=\frac{\frac{k_о}{P}\cdot k_р}{1+\frac{k_о\cdot k_р}{P}}=\frac{k_о\cdot k_р}{P+k_о\cdot k_р}=\frac{1}{\frac{1}{k_о\cdot k_р}\cdot P+1}=\frac{k_c}{T_cP+1},$$

где $k_c=1,$

$$T_c=\frac{1}{k_о\cdot k_р}$$

Это тоже как апериодическое звено 1-го порядка с параметрами k_c и T_c.

В статике выходными величинами может быть определена

$$y(\infty)=\lim_{p\to 0}W_{з.с.}(P)$$

Для 1 – го варианта $\quad y(\infty)=k_c=\dfrac{k_о\cdot k_р}{1+k_о\cdot k_р}\Rightarrow$ будет наблюдаться статическая ошибка

Для 2 – го варианта $\quad y(\infty)=k_c=1\Rightarrow$ отсутствует статическая ошибка

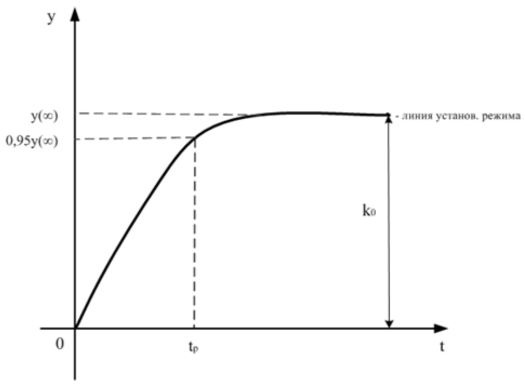
Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

Рассмотрим синтез для 1-го варианта. (для второго-такой же)

Потребуем, чтобы (1) переходный процесс системы закончился в k раз быстрее, чем в системе без регулятора (т.е. в объекте), чтобы (2) статическая ошибка регулирования не превышала 3% от установившегося состояния в объекте.

$W_{об}(P) = \frac{k_o}{T_o P + 1}$, для нее определена

$y(t) = k_o(1 - e^{-\frac{t}{T_o}})$ для $t \geq 0$



Для системы будет аналогичный по виду переходный процесс:

Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

$$(W_{з.с.}(P) = \frac{k_с}{T_с P + 1}).$$

Время регулирования определим как $0{,}95y(\infty)$.

Это время должно быть в k раз меньше, чем в объекте.

$$\left.\begin{aligned} &y(t_р) = k_о(1 - e^{-\frac{t_р}{T_о}}) = 0{,}95y(\infty) \\ &\text{или } k_о(1 - e^{-\frac{t_р}{T_о}}) = 0{,}95k_о \end{aligned}\right\} \Rightarrow e^{-\frac{t_р}{T_о}} = 0{,}05$$

Логарифм получаем $-\frac{t_р}{T_о} = \ln(0{,}05) \Rightarrow t_р = -T_о \cdot \ln(0{,}05) \Rightarrow t_р \approx 3T_о$

Тогда для системы $t_р = 3T_с$

(1) $3T_с \le \frac{3T_0}{k}$ - 1-ое требование в системной форме.

(2) $\varepsilon_{стат} < 0.03 \cdot k_0$

Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

Определим статическую ошибку $\varepsilon_{\text{стат}}$

$$W_{S\varepsilon} = \frac{1}{1 + W_{\text{об}} \cdot W_{\text{р}}}$$

$$\varepsilon_{\text{ст}} = \lim_{P \to 0} W_{S\varepsilon} = \lim_{P \to 0} \frac{1}{1 + W_{\text{об}} \cdot W_{\text{р}}} = \lim_{P \to 0} \frac{1}{1 + \frac{k_{\text{о}}}{T_{\text{о}}P + 1} \cdot k_{\text{р}}} = \frac{1}{1 + k_{\text{о}} \cdot k_{\text{р}}}$$

Тогда $\frac{1}{1 + k_{\text{о}} \cdot k_{\text{р}}} \le 0{,}03 \cdot k_{\text{о}}$ (2)

Подставим значения для Тс через То

$$\frac{T_{\text{о}}}{1 + k_{\text{о}} \cdot k_{\text{р}}} \le \frac{T_{\text{о}}}{k} \Rightarrow 1 + k_{\text{о}} \cdot k_{\text{р}} \ge k \text{ или } k_{\text{о}} \cdot k_{\text{р}} \ge k - 1.$$

$$k_{\text{р}} \ge \frac{k-1}{k_{\text{о}}}$$

Пусть величина, например, k=20, тогда

$$k_{\text{р}} \ge \frac{19}{k_0}$$

При выполнении этого условия будет обеспечиваться требуемое быстродействие системы.

Синтез автоматических систем регулирования (АСР) 1-го порядка

Из 2-го условия

$$\frac{1}{1+k_o \cdot k_p} \le 0{,}03 \cdot k_o \Rightarrow 1+k_o \cdot k_p \ge \frac{33{,}3}{k_o} \Rightarrow k_p \ge \frac{(\frac{33{,}3}{k_o}-1)}{k_o}$$

В зависимости от значения, полученного для kp, выбираем то значение, которое является наибольшим. Оно удовлетворяет и первому и второму требованиям системы.

Синтез АСР 2-го порядка

Пусть будут те же требования

Существует также несколько вариантов:

1) $W_{об}(P) = \dfrac{k_o}{T_o^{\,2}P^2 + 2\zeta T_o P + 1}$,

в зависимости от ζ - это либо колебательное звено, либо апериодическое звено 2-го порядка $W_p(P) = k_p$

2) $W_{об}(P) = \dfrac{k_o}{T_o P + 1}$, $W_p(P) = \dfrac{k_o}{P}$ – интегр – го звена

Рассмотрим первый вариант:

она будет статической, и второй вариант – астатической.

Синтез АСР 2-го порядка

$$W_{з.с.} = \frac{W_{об} \cdot W_р}{1 + W_{об} \cdot W_р} = \frac{\dfrac{k_о \cdot k_р}{T_о{}^2 P^2 + 2\zeta T_о P + 1}}{1 + \dfrac{k_о \cdot k_р}{T_о{}^2 P^2 + 2\zeta T_о P + 1}} =$$

$$= \frac{k_о \cdot k_р}{T_о{}^2 P^2 + 2\zeta T_о P + 1 + (1 + k_о \cdot k_р)} = \frac{\dfrac{k_о \cdot k_р}{1 + k_о \cdot k_р}}{\dfrac{T_о{}^2}{(1 + k_о \cdot k_р)} \cdot P^2 + 2\zeta \dfrac{T_о}{1 + k_о \cdot k_р} \cdot P + 1} =$$

$$= \frac{k_с}{T_с{}^2 P^2 + 2\zeta_с T_с P + 1},$$

где $T_с{}^2 = \dfrac{T_о{}^2}{1 + k_о \cdot k_р} \Rightarrow T_с = \dfrac{T_о}{\sqrt{1 + k_о \cdot k_р}}$

$$k_с = \frac{k_о \cdot k_р}{1 + k_о \cdot k_р}$$

$$\zeta_с = \zeta \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + k_о \cdot k_р}}$$

Синтез АСР 2-го порядка.

Удобно синтезировать, применяя прямые оценки качества. Это целесообразно строить нормирование переходные характеристики системы.

$$y_c(t) = k_c \cdot [1 - \frac{\sqrt{\alpha_c^2 + \beta_c^2}}{\beta_c} \cdot e^{-\alpha_c t} \cdot \sin(\beta_c \cdot t + \varphi_c)],$$

где α_c, β_c – корни характеристического уравнения системы ($P_{1,2} = -\alpha_c \pm i\beta_c$),

$$\alpha_c = \frac{\zeta_c}{T_c};$$

$$\beta_c = \frac{\sqrt{1-\zeta_c^{\;2}}}{T_c};$$

$$\varphi_c = \mathrm{arctg}\frac{\sqrt{1-\zeta_c^{\;2}}}{\zeta_c}.$$

Синтез АСР 2-го порядка.

Нормирование производится следующим образом:

1) y_c делится на k_c, тогда ус не зависит от k_c.

2) Вводится безразмерное время τ равное $\tau = \frac{t}{T_c}$, t – текущее.

Время $t = \tau T_c$. Тогда y_c не зависит от T_c. Поэтому нормированная переходная характеристика будет зависеть от одного параметра ζ_c.

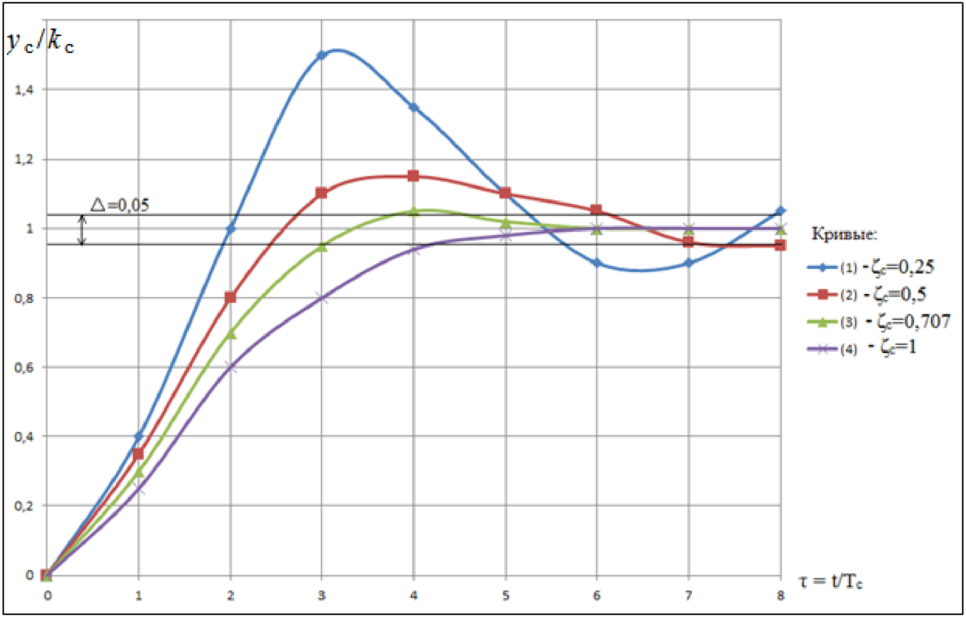
Задавая значение ζ_c в регулируемом диапазоне $(0,5 \div 1)$ можно построить нормирование переходной характеристики.

При $\zeta_c = 1$ - апериодическое звено 2-го порядка

При $\zeta_c < 1$ - колебательно звено.

Синтез АСР 2-го порядка.

Построим нормирование переходной характеристики



Синтез АСР 2-го порядка

Задается желаемым видом переходного процесса. Если процесс должен быть монотонным, то получится переходная характеристика при $\zeta_c = 1$ (без регулирования). При этом обеспечивается максимальное быстродействие системы.

Если $\zeta_c > 1$, то будет тоже затянутый переходный процесс.

Если $\zeta_c < 1$, то будет апериодический с перерегулированием, и будет колебательное звено.

Если допустимо небольшое перерегулирование, то лучшим значением $\zeta_c = 0,707$, при этом удается уменьшить время регулирования. Покажем это.

Синтез АСР 2-го порядка

Относительно 1-уравнения на графике отложим вверх и вниз $\Delta = \pm 0,5$. Видно, что для $\zeta_c = 0,707$ время регулирования = 3. Для $\zeta_c = 1$ это время больше. Для других ζ_c также больше. Поэтому для $\zeta_c = 0,707$ время регулирования $t_p \approx 3 \cdot T_c$.

Представим: $T_c = \dfrac{T_o}{\sqrt{1 + k_o \cdot k_p}} \rightarrow t_p \approx 3T_o$ получим реальное время регулирования

$$t_p = \frac{3T_o}{\sqrt{1 + k_o \cdot k_p}}.$$

Учитывая, что $\dfrac{1}{\sqrt{1 + k_o \cdot k_p}} = \dfrac{\zeta_c}{\zeta_o}$, получим $t_p = \dfrac{3T_o \cdot \zeta_c}{\zeta_o}$ или

При $\zeta_c = 0,707$ $\quad t_p = 2,1\dfrac{T_o}{\zeta_o}$.

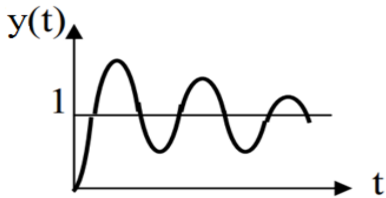
Зная ζ_c можно определить и параметры настройки регулятора kр.

$$\frac{\zeta_c}{\zeta_o} = \frac{1}{\sqrt{1 + k_o \cdot k_p}} \Rightarrow \sqrt{1 + k_o \cdot k_p} = \frac{\zeta_c}{\zeta_o} \Rightarrow k_o \cdot k_p = (\frac{\zeta_c}{\zeta_o})^2 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_p = \frac{(\frac{\zeta_c}{\zeta_o})^2 - 1}{k_o} \Rightarrow k_p = \frac{1}{k_o}((\frac{\zeta_c}{\zeta_o})^2 - 1).$$

Синтез систем регулирования с применением интегрированных оценок качества

Выбор интегрированной оценки I_1, I_2 при их минимизации по искомым параметрам настройки приводит к слабозатухающим переходным процессам.

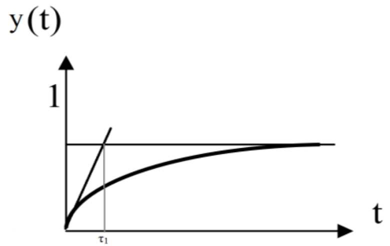


Требуются ограничения на колебательность переходного процесса.
Обычно эти ограничения формируются в виде требований устойчивости системы.
Можно избавится от колебательности переходного процесса с помощью критерия.

$$I = \int_0^\infty [\varepsilon^2(t) + \tau_1^2 \cdot \dot{\varepsilon}^2(t)]dt$$

Синтез систем регулирования с применением интегрированных оценок качества

Для такого критерия экстремумом - e^t



Основная трудность в этой оценке – выбор значений τ_1.

Практической рекомендацией служит:
время регулирования эталонное время t_p должно быть равно $t_p = \dfrac{4 \div 5}{\tau_1}$

Либо пусть сначала есть вид переходного процесса, определим I, тогда

$$I = \int_0^{\infty} [y_{\text{экспонен.}}(t) - y(t)]^2 dt$$

Синтез систем регулирования с применением интегрированных оценок качества

2 варианта:

1. Интегральный критерий имеет аналитическое выражение и пусть искомые параметры настройки $k_1, k_2, \ldots, k_l$.

Из необходимого условия экстремума функции составим уравнение:

$$\frac{\partial(k_1, k_2, ..., k_l)}{\partial k_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, ..., l$$

Из этого уравнения находится $k_1, k_2, ..., k_l$

2. Критерий качества не имеет аналитического выражения, применяются методы нелинейного программирования.

Эти методы заключаются в том, что задается некоторая имеющаяся точка (приближение) и пошагово осуществляется движение к точке экстремума.

В том случае, когда интегрируемым критериям добавляются ограничения в виде требований к запасу устойчивости математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$\min_{k_1, k_2, ..., k_l} I(k_1, k_2, ..., k_l)$$

$$\varphi_j(k_1, k_2, ..., k_l) \leq 0, \quad j = 1, 2, ..., m.$$

φ_j – определяют требование к запасу устойчивости.