ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Теория автоматического управления и защит. Часть 1

Лекция 1

Основные понятия. История возникновения. Фундаментальные принципы и законы регулирования. Математическое описание систем автоматического управления. Линеаризация. Правила записи уравнений

Томск - 2019

Основные понятия. История возникновения.

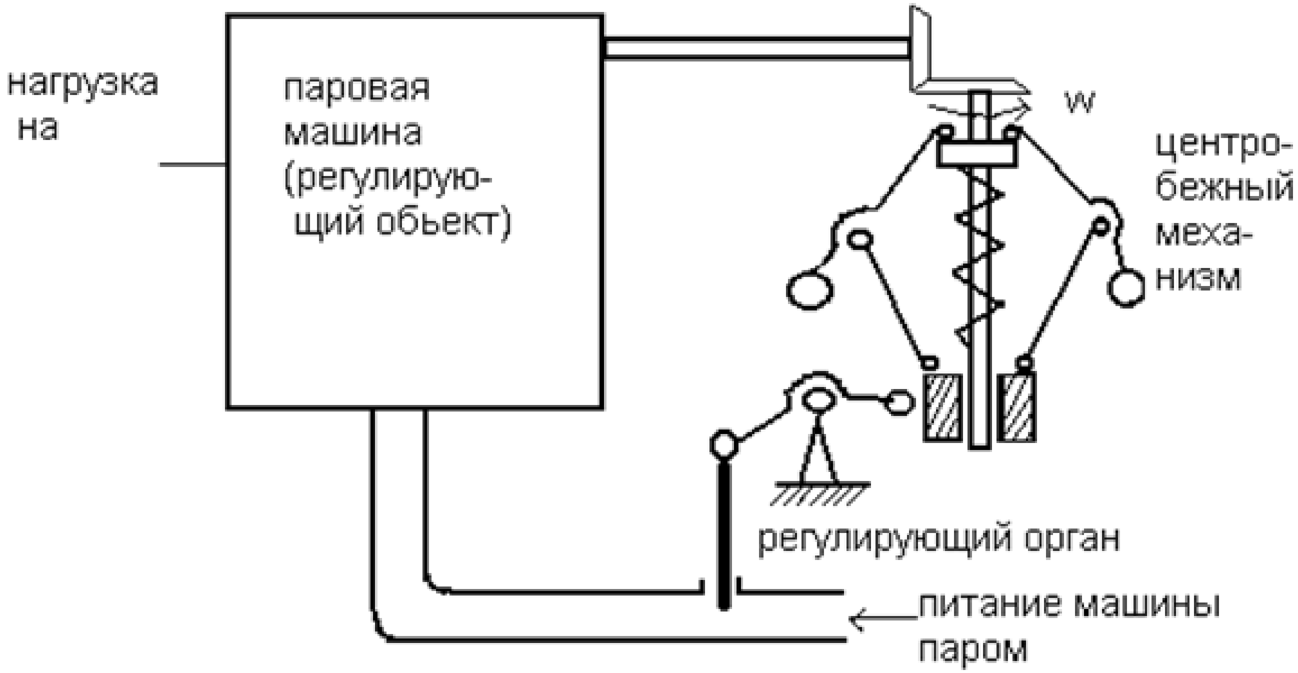
Теория автоматического управления (ТАУ) – научная дисциплина, предметом изучения которой являются ***информационные процессы,*** протекающие в системах управления ***техническими и технологическими объектами***.

ТАУ выявляет общие закономерности функционирования, присущие автоматическим системам различной физической природы, и на основе этих закономерностей разрабатывает ***принципы построения высококачественных систем управления.***

Основными методами исследования в ТАУ являются: ***математическое моделирование, теория обыкновенных дифференциальных уравнений, операционное исчисление и гармонический анализ.***

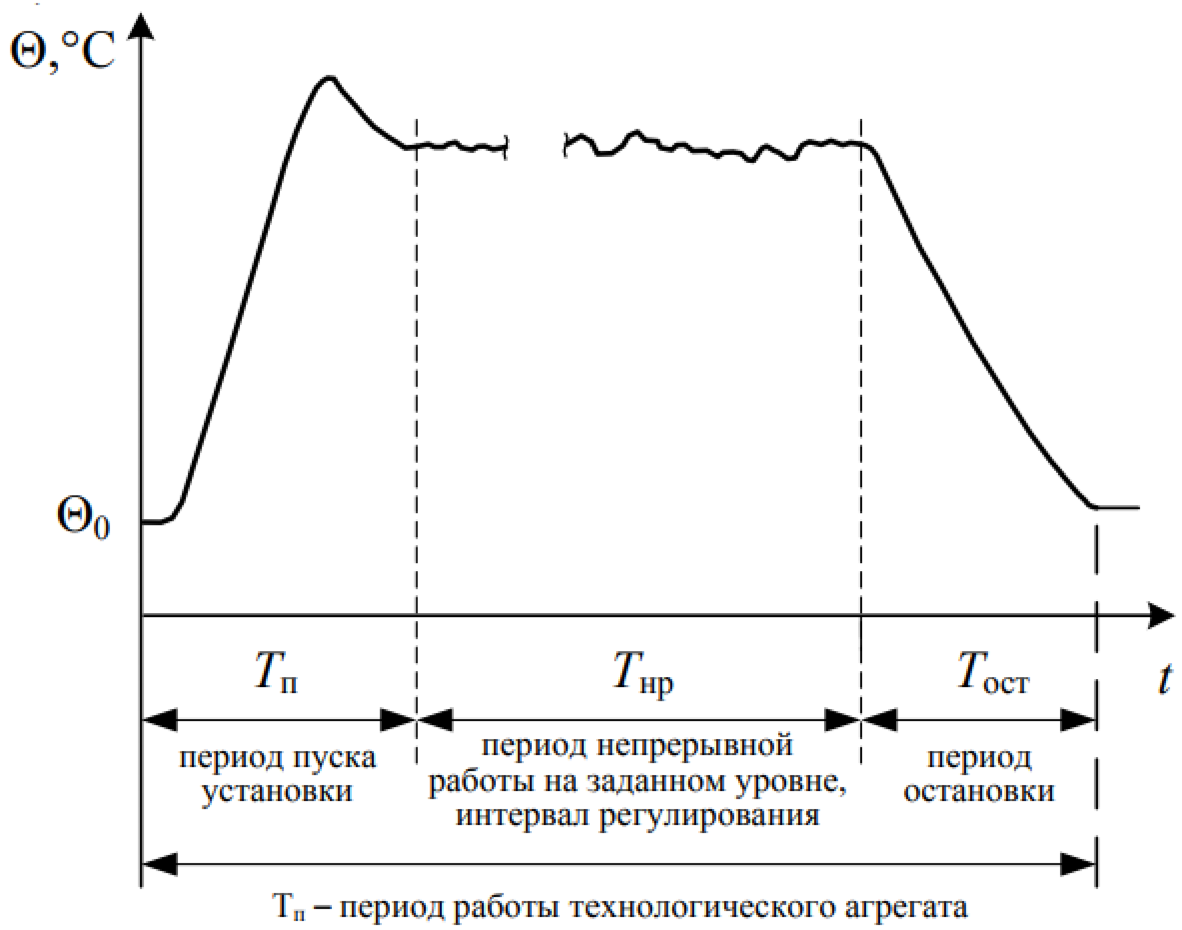
Основные понятия. История возникновения.

Первыми промышленными регуляторами являются ***автоматический поплавковый регулятор питания котла паровой машины***, построенной в 1765 г. И.И. Ползуновым в г. Барнауле ***и центробежный регулятор скорости паровой машины***, на который в 1784 г. получил патент английский механик Дж. Уатт.



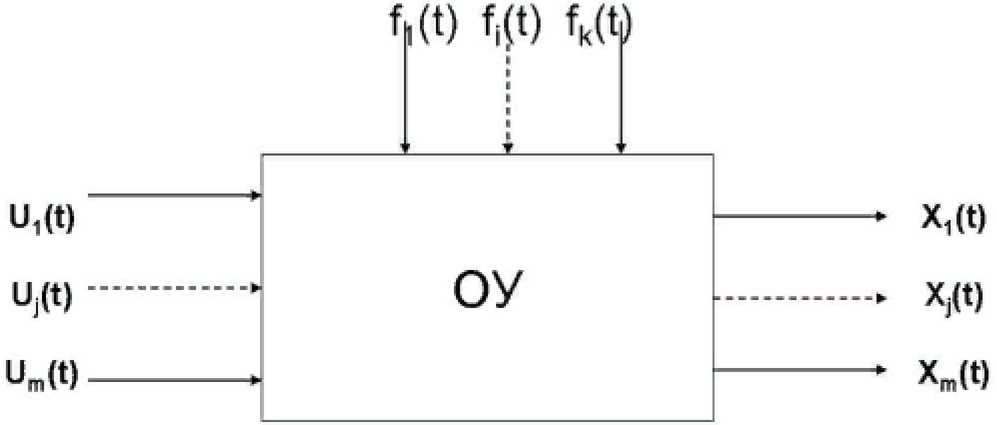
Основные понятия. История возникновения.

Совокупность операций, необходимых для пуска и остановки процесса, а также для поддержания или изменения в требуемом направлении величин, характеризующих процесс, называется ***управлением***. Совокупность операций управления, которые относятся к поддержанию или изменению показателей процесса, представляют собой ***регулирование***.

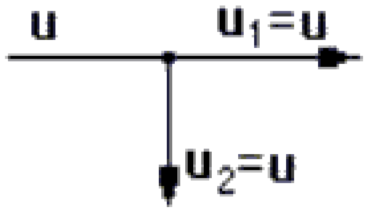


Фундаментальные принципы управления

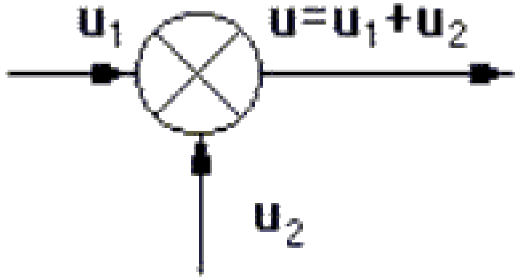
Техническое устройство, осуществляющее процесс, которым надлежит управлять, будем называть ***объектом управления.***



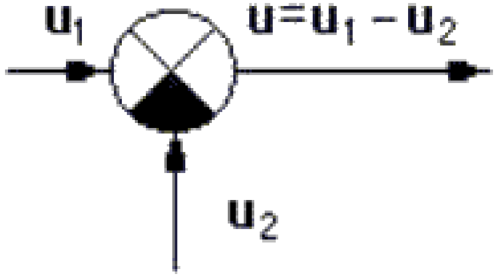
Объект управления



Узел ветвления



Сумматор



Элемент сравнения

Фундаментальные принципы управления

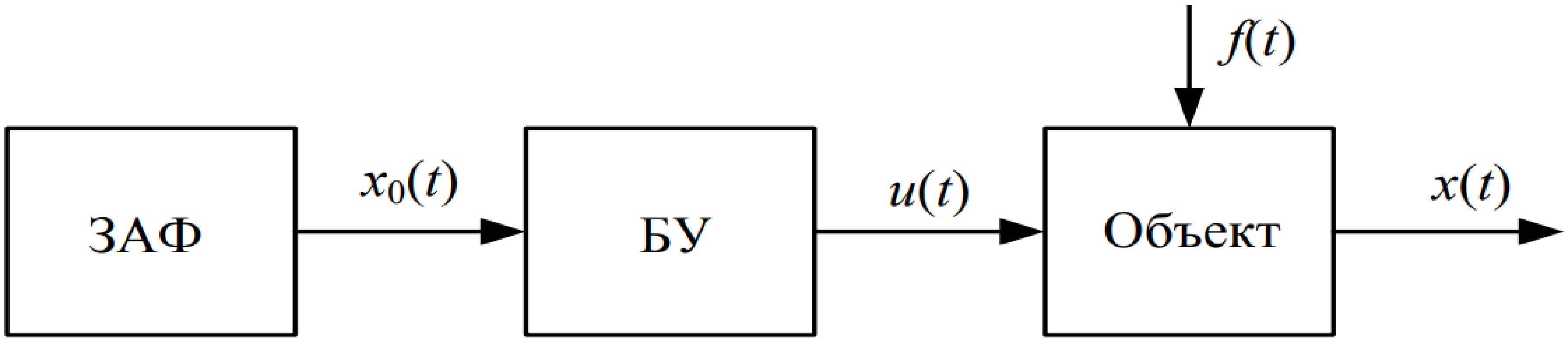
В основе построения систем автоматического управления (регулирования) лежат ***фундаментальные принципы управления (регулирования),*** определяющие каким образом осуществляется увязка алгоритмов функционирования и управления (регулирования).

В настоящее время в технике известны и используются ***три фундаментальных принципа управления (регулирования):***

- принцип разомкнутого управления (регулирования);
- принцип компенсации возмущений – управление (регулирование) по возмущению;
- принцип обратной связи – управление (регулирование) по отклонению.

Фундаментальные принципы управления

Принцип разомкнутого управления (регулирования)



ЗАФ – задатчик алгоритма функционирования; БУ – блок управления

$x_0(t)$ – задающее воздействие

$u(t)$ – регулирующее воздействие

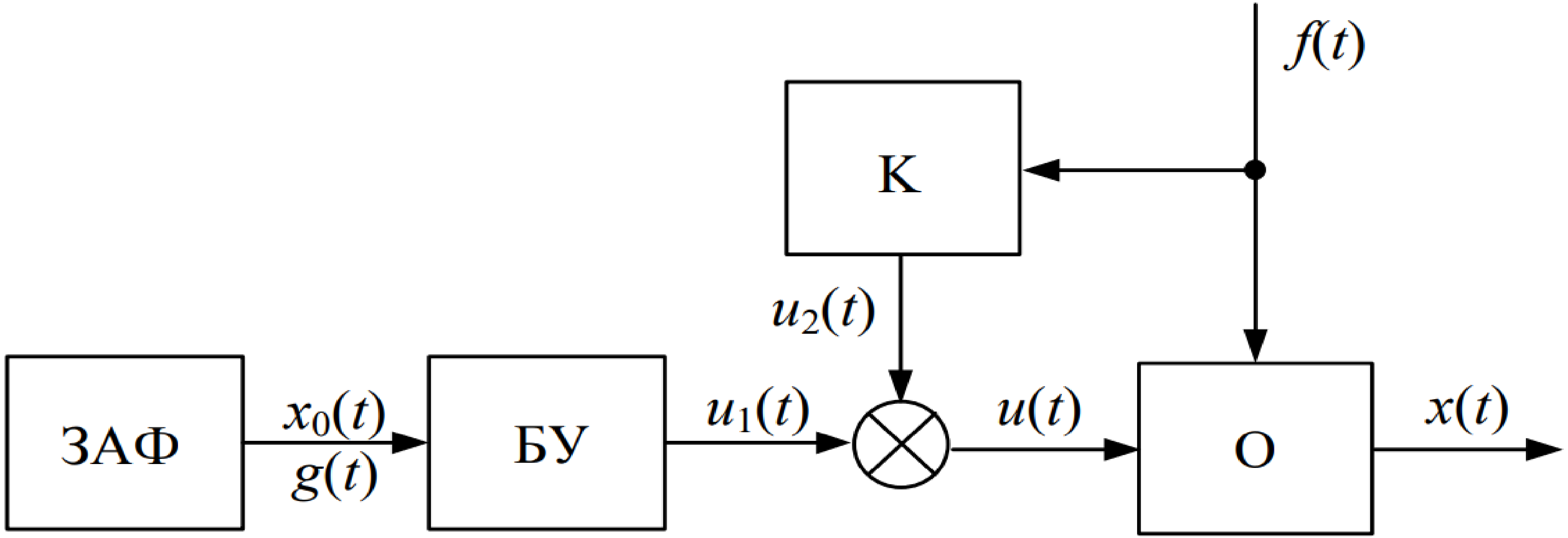
$f(t)$ – возмущающее воздействие

$x(t)$ – управляемая величина

В идеальном случае: $x_0 = x$ – задача управления

Фундаментальные принципы управления

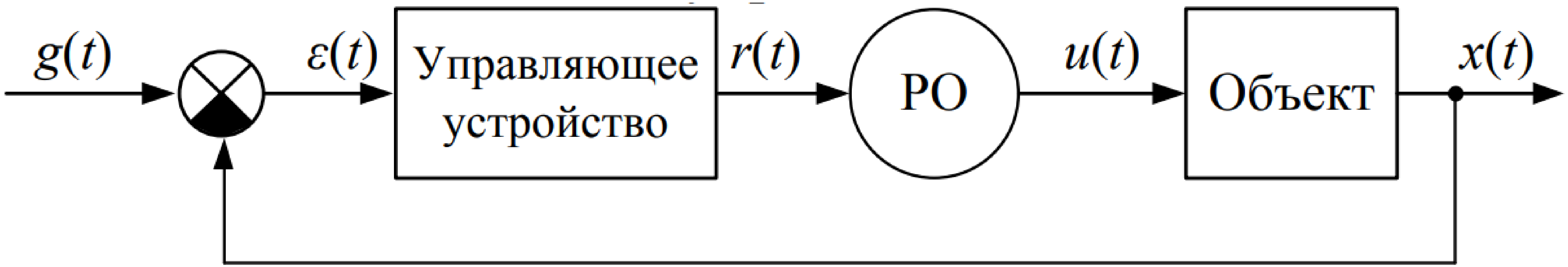
Принцип компенсации возмущений



О – объект; К – компенсирующее устройство

Фундаментальные принципы управления

Принцип регулирования по отклонению



$\varepsilon(t)$ – отклонение управляемой величины

$g(t)$ – уставка

$r(t)=F(\varepsilon)$

$\varepsilon(t)=g(t)-x(t)$

Фундаментальные принципы управления

Виды систем управления

1. *s(t)=const* – ***системы стабилизации***.

Пример: система регулирования уровня воды в барабане котла.

2. *s(t)=f(t)=var* – ***системы программного управления***.

f(t) – заданная функция.

3. *s(t)=var** – ***следящие системы***.

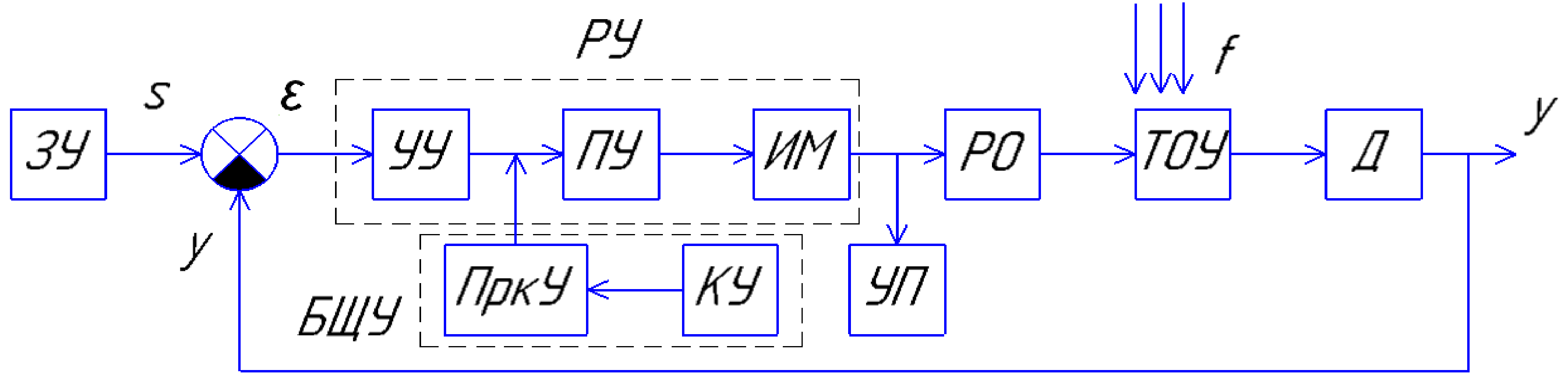
*является функцией некоторых внешних факторов.

4. ***Оптимальные системы*** – в этих системах алгоритм направлен на достижение экстремума некоторого показателя качества работы.

5. ***Адаптивные системы*** – класс оптимальных систем, работающих при неполной информации о возмущающих воздействиях.

6. ***Интеллектуальные системы*** – способны накапливать опыт своей работы в процессе функционирования, создавать соответствующую базу данных и осуществлять самообучение.

Типовая структура промышленной системы регулирования



Функциональная схема САУ (САР) по отклонению

ЗУ – задающее устройство

УУ – управляющее устройство

ПУ – пусковое устройство

ИМ – исполнительный механизм

РО – регулирующий орган

ТОУ – технологический объект управления

Д – датчик

УП – указатель положения

КУ – ключ управления

ПркУ – переключатель управления

УУ+ПУ+ИМ – регулирующее устройство

КУ+ПркУ – органы оперативно-диспетчерского управления

БЩУ – блок щита управления

Типовые законы регулирования

Законом регулирования называется алгоритм преобразования ошибки регулирования ε(t) в регулирующее воздействие μ(t)

1. Пропорциональный закон регулирования (П-закон)

$$\mu(t) = K_p \cdot \varepsilon(t)$$

Kр=const – коэффициент передачи

2. Интегральный закон регулирования (И-закон)

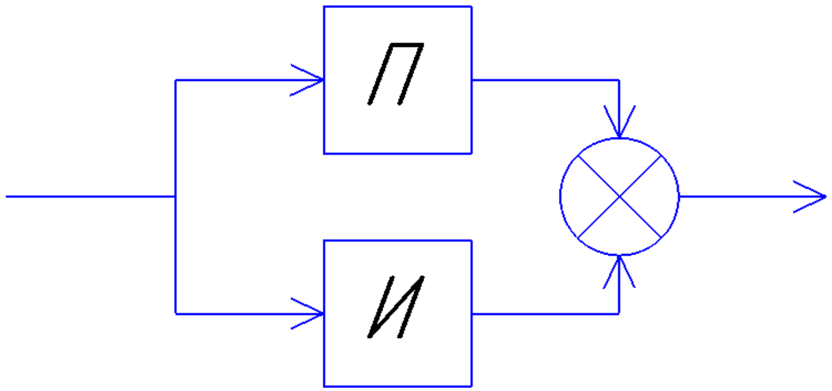
$$\mu(t) = K_И \int_0^t \varepsilon(\gamma) d\gamma \quad \text{или} \quad \mu(t) = \frac{1}{T_И} \int_0^t \varepsilon(\gamma) d\gamma$$

Kи=const – коэффициент передачи

Tи=const – время интегрирования

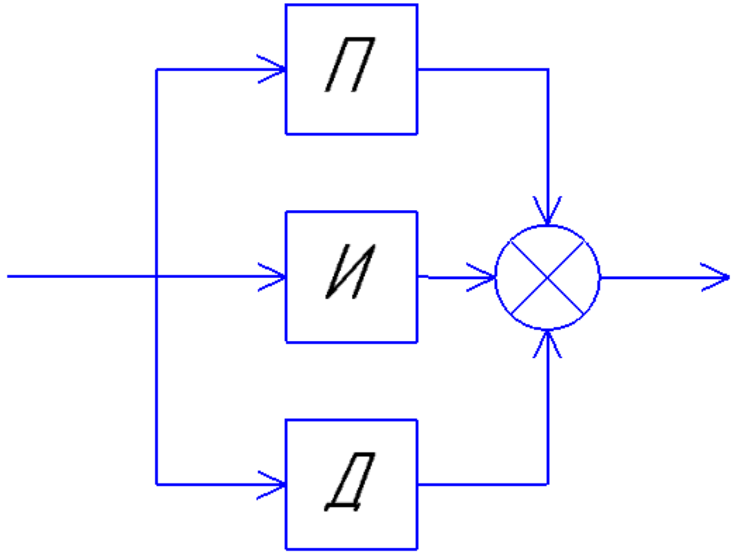
Типовые законы регулирования

3. Пропорционально-интегральный закон регулирования (ПИ-закон)



$$\mu(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + \frac{K_И}{T_И}\int_0^t \varepsilon(\gamma)d\gamma$$

4. Пропорционально-интегрально дифференциальный закон (ПИД-закон)

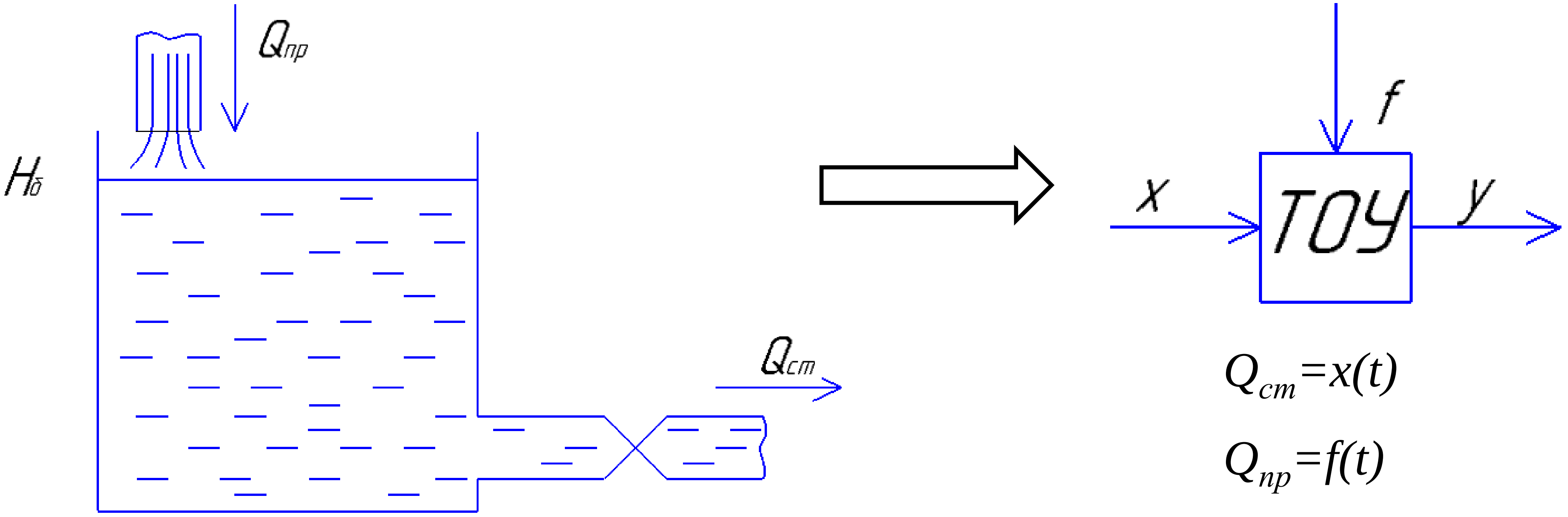


$$\mu(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + \frac{K_И}{T_И}\int_0^t \varepsilon(\gamma)d\gamma + K_p T_Д \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

$T_Д$=const – время дифференцирования

Математическое описание систем автоматического управления

Идентификацией объекта управления является операция, в результате которой получают математическое описание изменения параметров объекта.



$Q_{ст}=x(t)$

$Q_{пр}=f(t)$

$H_{б}=y(t)$

Существуют ***два способа идентификации:***

1. Активная – на вход системы подается заданный сигнал и отслеживается реакция системы на входное воздействие путем измерения выходного сигнала.
2. Пассивная – сигнал *x(t)* изменяется в произвольном виде, его воздействие определяется по *y(t)*.

Пример 1. RC-цепь

$$R, C = const$$

$$U_{вх} = U_R + U_C$$

$$U_R = I \cdot R$$

$$U_C = U_{вых}$$

$$I = I_R + I_C$$

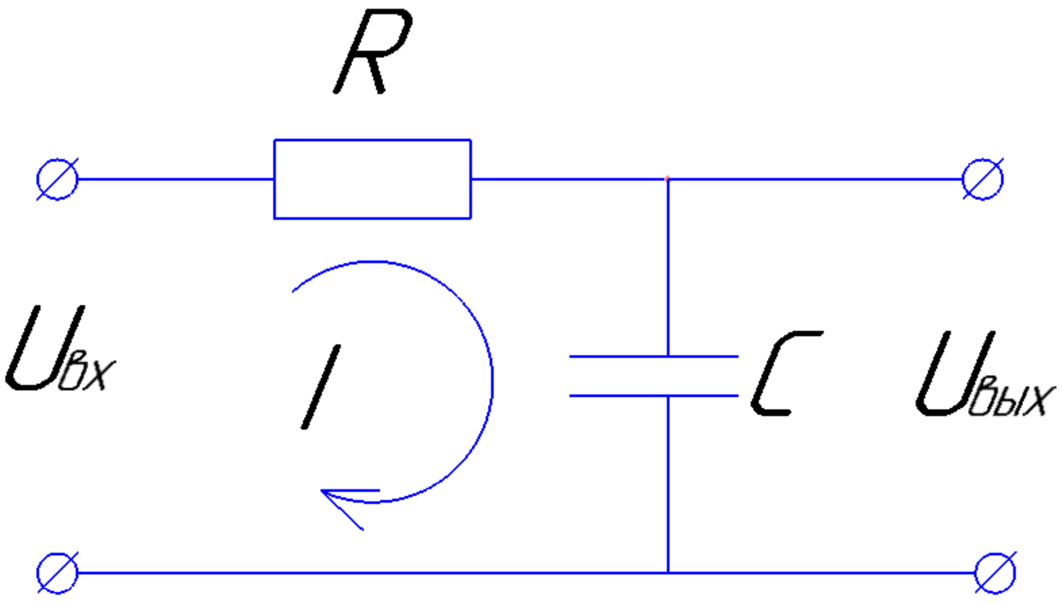
$$C = \frac{q}{U_C}$$

$$q = C \cdot U_C = C \cdot U_{вых}$$

$$I_C = \frac{dq}{dt} = \frac{C \cdot dU_{вых}}{dt}$$

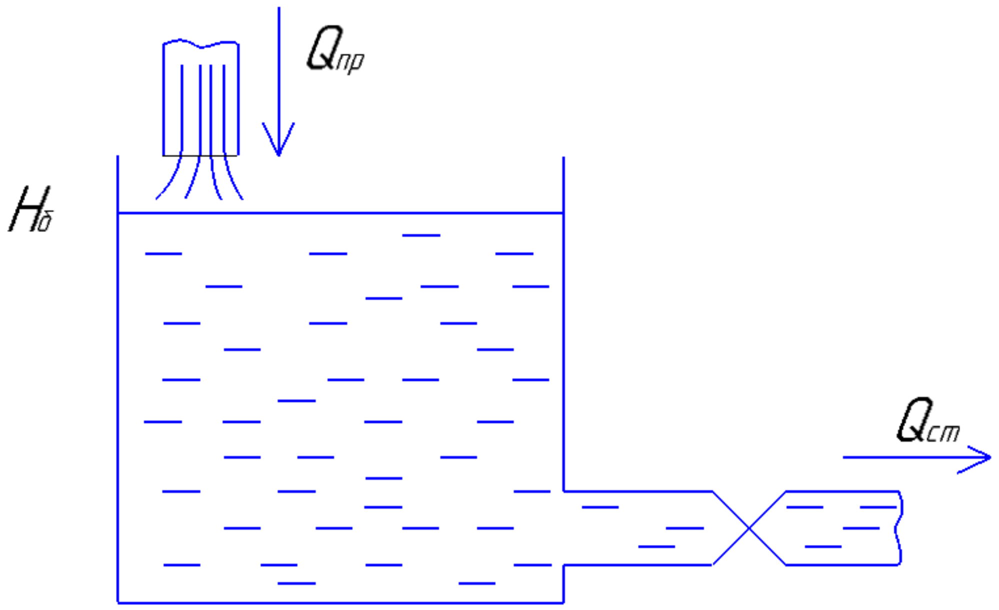
$$U_R = \frac{C \cdot R \cdot dU_{вых}}{dt}$$

$$U_{вх} = U_{вых} + \frac{C \cdot R \cdot dU_{вых}}{dt}$$



$$U_{вых} + \frac{C \cdot R \cdot dU_{вых}}{dt} = U_{вх}$$

Пример 2. Расширительный бак



Необходимо найти математическое описание

$$H_б=f(Q_{пр})$$

$$V = S \cdot H$$

$$\Delta V = S \cdot \Delta H$$

$$\Delta V = (Q_{пр} - Q_{ст})\Delta t$$

$$S \cdot \Delta H = (Q_{пр} - Q_{ст})\Delta t$$

$$S \cdot \frac{\Delta H}{\Delta t} = (Q_{пр} - Q_{ст})$$

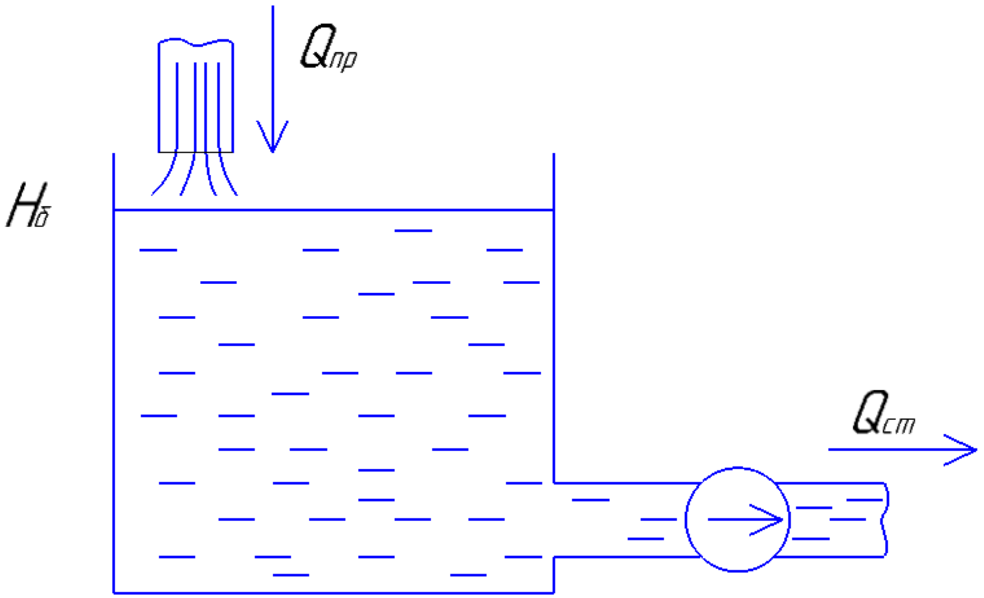
$$\Delta t \to 0$$

$$S \cdot \frac{dH}{dt} = Q_{пр} - Q_{ст}$$

$Q_{ст} = \alpha\sqrt{H}$, α – коэффициент стока

$$S \cdot \frac{dH}{dt} + \alpha\sqrt{H} = Q_{пр}$$

Пример 3. Линеаризация примера 2



$$\Delta H \cdot S = \Delta V = (Q_{пр} - Q_{ст}) \cdot \Delta t$$

$$Q_{пр} - Q_{ст} = \Delta Q_{пр}$$

$$S \frac{\Delta H}{\Delta t} = \Delta Q_{пр}$$

$$S \frac{dH}{dt} = dQ_{пр}$$

Из примера 2:

$$S \cdot \frac{dH}{dt} + \alpha \sqrt{H} = Q_{пр}$$

$$S \cdot H' + \alpha \sqrt{H} = Q_{пр}$$

Точка разложения: $H_0', H_0, Q_{пр0}$

$$F = S \cdot H' + \alpha \sqrt{H} - Q_{пр} = 0$$

$$F = f(H', H, Q_{пр}) = F(H_0', H_0, Q_{пр0}) +$$

$$+ \left.\frac{\partial F}{\partial H'}\right|_{H' = H_0'} (H' - H_0') + \left.\frac{\partial F}{\partial H}\right|_{H = H_0} (H - H_0) +$$

$$+ \left.\frac{\partial F}{\partial Q_{пр}}\right|_{Q_{пр} = Q_{пр0}} (Q_{пр} - Q_{пр0}) = 0$$

Пример 3. Линеаризация примера 2

$$\frac{dF}{dH'}=S;\quad \frac{dF}{dH}=\frac{\alpha}{2\sqrt{H}};\quad \frac{dF}{dQ_{пр}}=-1;$$

$$S(H'-H_0')+\frac{\alpha}{2\sqrt{H}}(H-H_0)-(Q_{пр}-Q_{пр0})=0$$

Введем обозначения:

$$(H'-H_0')=\Delta H';\quad (H-H_0)=\Delta H;\quad (Q_{пр}-Q_{пр0})=\Delta Q_{пр}$$

$$S\cdot\Delta H'+\frac{\alpha}{2\sqrt{H}}\cdot\Delta H=\Delta Q_{пр}\quad /\cdot\frac{2\sqrt{H}}{\alpha}$$

$$\frac{2\sqrt{H}}{\alpha}\cdot S\cdot\Delta H'+\Delta H=\frac{2\sqrt{H}}{\alpha}\cdot\Delta Q_{пр}$$

$$\frac{2\sqrt{H}}{\alpha}\cdot S=T;\quad \frac{2\sqrt{H}}{\alpha}=k$$

$$\boxed{T\frac{dH}{dt}+H=k\cdot Q_{пр}}$$

Это уравнение составлено в приращениях относительно точки, в которой ведется разложение

Уравнения динамики и статики

В общем случае звенья и системы описывают ***нелинейными дифференциальными уравнениями произвольного порядка.***

Звено можно описать дифференциальным уравнением второго порядка

$$F(u, u', y, y', y'') = 0$$

где
y – выходная величина,
u – входная величина,
y’ – первые производные по времени,
y” – вторая производная по времени.

Это уравнение, описывающее процессы в звене при произвольных входных воздействиях, называется **уравнением динамики**.

Уравнения динамики и статики

Пусть при постоянной входной величине $u=u^0$ процесс в звене с течением времени установится: выходная величина $y=y^0$. Тогда уравнение примет вид

$$F(u^0, 0, y^0, 0, 0) = 0$$

Это уравнение описывает статический (установившийся) режим, его называют **уравнением статики**.

Статический режим можно описать графически.

Статическая характеристика – это зависимость выходной величины от входной в статическом режиме (воздействие u постоянно во времени, тогда управляемая величина $Y = f(U)$).

Порядок составления дифференциального уравнения динамического звена

1. Определяют входную и выходную величины звена и ***устанавливают дополнительные факторы,*** от которых зависит выходная величина.

2. Используя основные законы той отрасли науки и техники, к которой относится исследуемое звено:

- законы Кирхгофа для электрических звеньев;

- законы Ньютона для звеньев механической природы;

- законы сохранения энергии и вещества для гидравлических и пневматических звеньев.

3. Вводят те или иные ***упрощающие предположения (допущения)*** с целью упрощения исходного математического описания.

4. При необходимости осуществляют ***линеаризацию полученного дифференциального уравнения*** с целью получения линейного дифференциального уравнения звена.

Линеаризация уравнения, описывающего динамическое звено

Предположим, что полученное нами уравнение звена, записанное в неявном виде, принимает вид:

$$F(x, x', y, y', y'') = 0 \tag{1}$$

Для того, чтобы система в целом была линейной, необходимо, чтобы все ее звенья были линейными. Поэтому важной процедурой является процедура линеаризации исходного нелинейного уравнения, описывающего динамическое звено.

Линеаризация уравнения звена (1) основана на том, что в процессе регулирования все величины мало отклоняются от своих программных значений, иначе система не выполнила бы своей функции и не была бы системой регулирования (или управления).

Если функция F дифференцируема по всем своим аргументам, то она может быть разложена ***в ряд Тейлора*** в окрестности произвольно выбранной точки. Так для функции двух аргументов:

$$f(x,y) = f(x+\Delta x, y+\Delta y) = f(a,b) + \left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{\substack{x=a\\y=b}} \Delta x + \left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{\substack{x=a\\y=b}} \Delta y +$$

$$+\frac{1}{2!}\left(\left.\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}\right|_{\substack{x=a\\y=b}} (\Delta x)^2 + 2\left.\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}\right|_{\substack{x=a\\y=b}} \Delta x \Delta y + \left.\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}\right|_{\substack{x=a\\y=b}} (\Delta y)^2\right) + \ldots + R_n \tag{2}$$

где Rn – остаточный член.

Линеаризация уравнения, описывающего динамическое звено

Используя выражение (2) разложения функции для представления аналитических функций автоматических систем в виде ряда Тейлора, обычно пренебрегают членами второго порядка и более. Далее вычитают значение функции для установившегося состояния. Обозначим отклонения реальных значений x и y через Δx и Δy. Тогда:

$$x(t) = x^0 + \Delta x(t); \quad x'(t) = \Delta x'(t);$$

$$y(t) = y^0 + \Delta y(t); \quad y'(t) = \Delta y'(t); \quad y''(t) = \Delta y''(t); \qquad (3)$$

где Δ – отклонения координат в процессе регулирования.

Из (1) запишем уравнение звена в установившемся состоянии:

$$F(x, 0, y, 0, 0) = 0 \qquad (4)$$

Разложив левую часть уравнения (1) в ряд Тейлора. При этом производные от координат рассматривают при разложении как независимые координаты. Получим:

$$F^0 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0 \Delta x(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial x'}\right)^0 \Delta x'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^0 \Delta y(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)^0 \Delta y'(t) + \left(\frac{\partial F}{\partial y''}\right)^0 \Delta y''(t) + \ldots + R_n \qquad (5)$$

Линеаризация уравнения, описывающего динамическое звено

Вычитая из уравнения (5) уравнение (4) и отбросив все последующие члены разложения, кроме линейных, как малые высшего порядка, придем к линейному уравнению динамики звена (опустив при этом знак отклонения Δ):

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0 x(t)+\left(\frac{\partial F}{\partial x'}\right)^0 x'(t)+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^0 y(t)+\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)^0 y'(t)+\left(\frac{\partial F}{\partial y''}\right)^0 y''(t)=0 \qquad (6)$$

Уравнение (6) называется дифференциальным уравнением звена в отклонениях.

Введем обозначения:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0=b_0;\ \left(\frac{\partial F}{\partial x'}\right)^0=b_1;\ \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^0=a_0;\ \left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)^0=a_1;\ \left(\frac{\partial F}{\partial y''}\right)^0=a_2; \qquad (7)$$

Тогда с учетом (7) уравнение (6) запишется:

$$a_2\frac{d^2y(t)}{dt^2}+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t)=b_1\frac{dx(t)}{dt}+b_0x(t) \qquad (8)$$

Это линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка, записанное в развернутой форме, то же дифференциальное уравнение звена, записанное в операторной форме:

$$\left(a_2\frac{d^2}{dt^2}+a_1\frac{d}{dt}+a_0\right)y(t)=\left(b_1\frac{d}{dt}+b_0\right)x(t) \qquad (9)$$

Линеаризация уравнения, описывающего динамическое звено

С учетом того, что $p = \frac{d}{dt}$; $p^2 = \frac{d^2}{dt^2}$, уравнение (9) в операторной форме запишется:

$$(a_2 p^2 + a_1 p + a_0) y(t) = (b_1 p + b_0) x(t) \tag{10}$$

где

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = D(p); \; b_1 p + b_0 = K(p) \tag{11}$$

– дифференциальные операторы левой и правой частей уравнения.

Уравнение (10) в компактной операторной форме записи принимает вид:

$$D(p) y(t) = K(p) x(t) \tag{12}$$

Правило записи дифференциального уравнения САУ

1. В ДУ выходной сигнал и его производные записываются в левой части ДУ, а входной сигнал и его производные – в правой.

2. Коэффициент при выходном сигнале делают равным единице.

$$a_2 \frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x \ \ / : a_0$$

$$\frac{a_2}{a_0} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{a_1}{a_0} \frac{dy}{dt} + y = \frac{b_0}{a_0} x$$

$$\frac{a_2}{a_0} = T_2; \ \ \frac{a_1}{a_0} = T_1; \ \ \frac{b_0}{a_0} = k$$

$$T_2 \frac{d^2y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$$

T_1, T_2 – постоянные времени, k – коэффициент передачи.

Чем больше T, тем более инерционна система