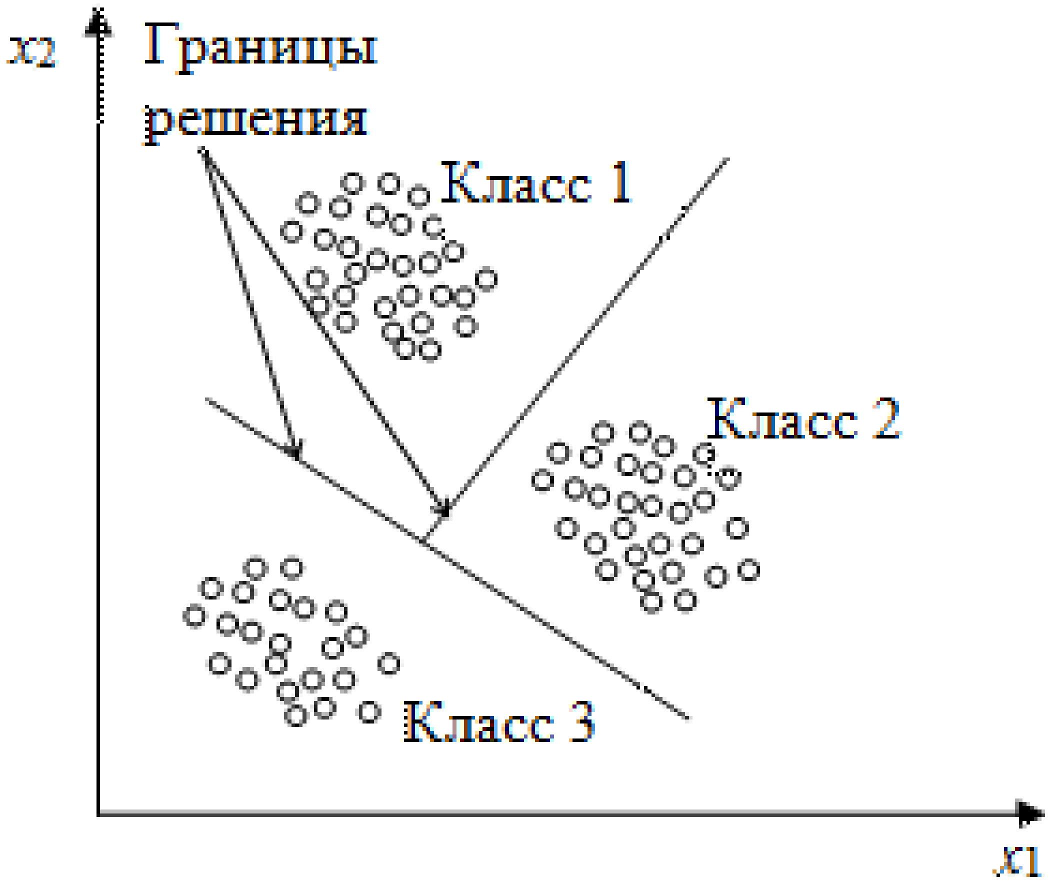
Контролируемая классификация: детерминистский подход

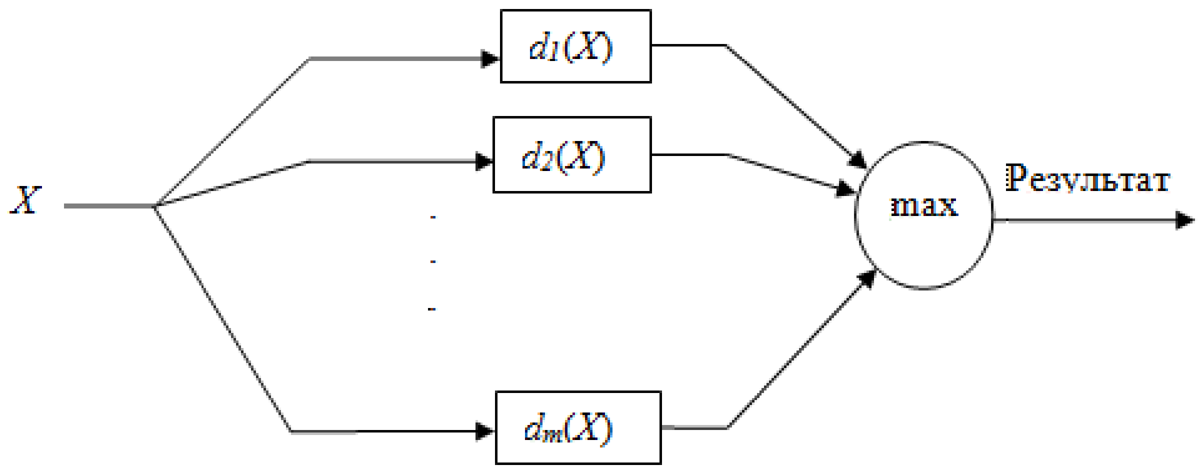
Лектор: к.т.н. Токарева Ольга Сергеевна

Лекция 8

Классификация: детерминистский подход



Классификация: детерминистский подход



Правило классификации: Если $d_i(X) > d_j(X)$

для всех *i, j* = 1, 2,...*m, i≠j,* то входной образ, представленный вектором признаков *X*, принадлежит классу ω_i.

Решающая граница $d_i(X) - d_j(X) = 0$

Линейные дискриминантные функции

.

$$d_i(X) = \sum_{k=1}^{N} w_{ki} x_k + w_{N+1,i},$$ где $w_{1i}, w_{2i}, \ldots w_{N+1,i}$ – весовые коэффициенты

$$d_i(X) - d_j(X) = \sum_{k=1}^{N} w_k x_k + w_{N+1} = 0,$$ где $w_k = w_{ik} - w_{jk}$

$$w_{N+1} = w_{N+1}, i - w_{N+1}, j$$

$$Y^T = \left[x_1, x_2, \ldots x_{n,} 1 \right] = [X, 1]$$

Через T_1 и T_2 обозначим два множества дополненных векторов признаков, соответствующих двум множествам обучающих образов, принадлежащих двум различным классам ω_1 и ω_2 соответственно. В предположении о том, что два обучающих множества линейно разделимы, полагают о существовании вектора *W,* называемого вектором весов решения, такого, что

$Y^T W > 0$ для каждого $Y \in T_1$

$Y^T W < 0$ для каждого $Y \in T_2$

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N+1} \end{bmatrix}$$

Процедура обучения для линейного классификатора

Для любого $Y \in T_1$ произведение $Y^T W > 0$. Если $Y^T W < 0$ или $Y^T W = 0$,

то берется новый вектор весов $W' = W + \alpha Y$, где $\boldsymbol{\alpha} > 0$

Для $Y \in T_2$ произведение $Y^T W < 0$. Если $Y^T W > 0$ или $Y^T W = 0$,

то принимается $W' = W - \alpha Y$.

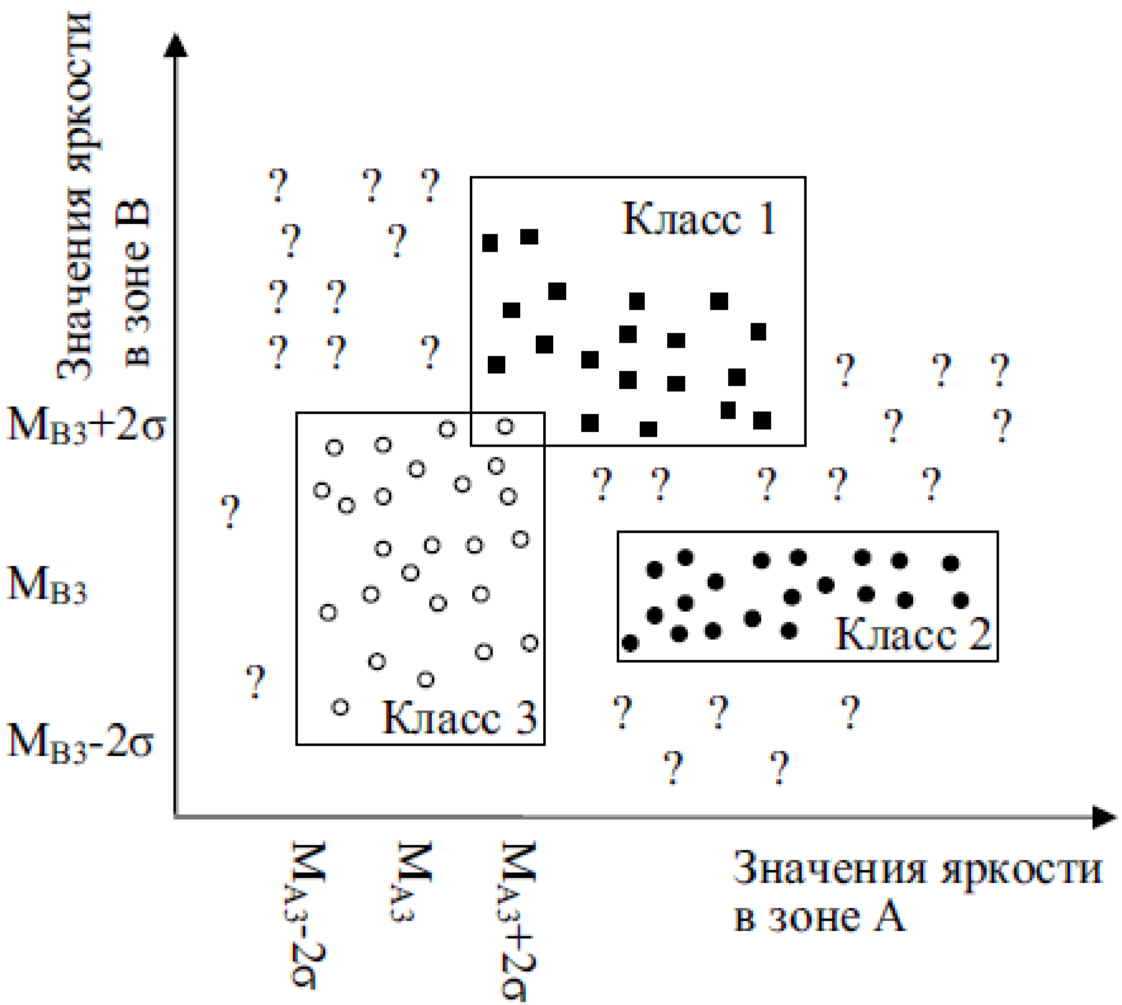
<u>Для выбора **α** может применяться одно из трех правил:</u>

- Правило фиксированного дополнения: **α** является любым фиксированным положительным числом.

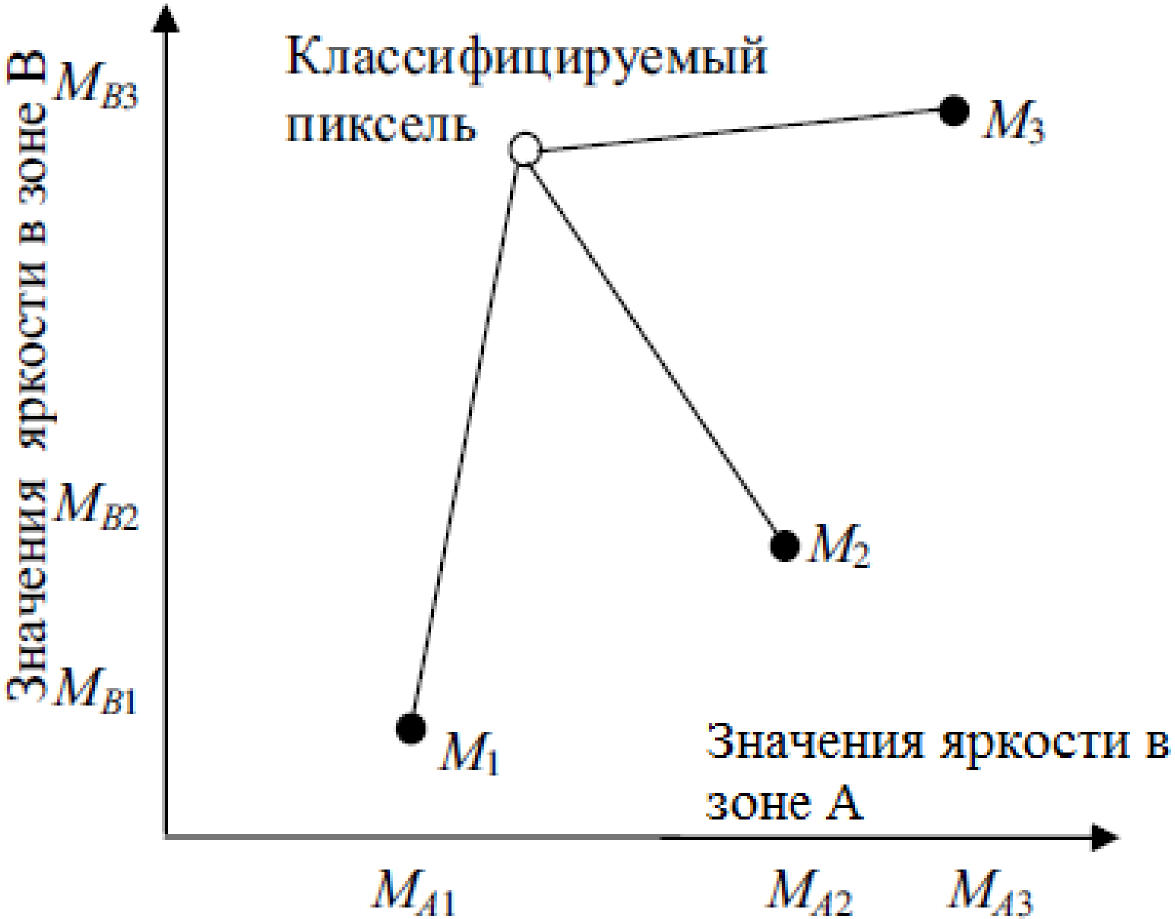
- Правило абсолютной поправки: **α** берется равным наименьшему целому числу, при котором значение $Y^T W$ переходит порог, равный нулю, т. е. **α** – наименьшее целое число большее $|Y^T W| / Y^T Y$

- Правило дробной поправки: $\alpha = \lambda |Y^T W| / Y^T Y$, при $0 < \lambda \le 2$.

Метод параллелепипеда



Метод минимального расстояния



Метод минимального расстояния

$$d_j(X) = \left\| X - M_j \right\|, j = 1, 2, \ldots m$$

$\|a\| = (a^T a)^{1/2}$ - Евклидова норма

$$D_j^2 = \| X\text{-}M_j \|^T \; \| X\text{-}M_j \| = X^T X\text{-}2X^T M_j + M_j^T M_j = X^T X\text{-}2(X^T M_j + (1/2)^* M_j^T M_j)$$

$$d_j(X) = X^T M_j - \frac{1}{2} M_j^T M_j, j = 1, 2, \ldots m$$

Разделяющая поверхность:

$$d_i(X) - d_j(X) = X^T (M_i - M_j) - \frac{1}{2}(M_i - M_j)^T (M_i - M_j) = 0$$

Метод минимального расстояния. Расстояние Махаланобиса

$$D = (X\text{-}M_c)^T\,(Cov_c^{-1})\,(X\text{-}M_c)$$

where:

D= Mahalanobis distance
c= a particular class
X= the measurement vector of the candidate pixel
M_c= the mean vector of the signature of class c
Cov_c= the covariance matrix of the pixels in the signature of class c
Cov_c^{-1}= inverse of Cov_c
^{T}= transposition function