

Название работы: Математическое моделирование асинхронного электродвигателя

Часть 2. Исследование динамики АД в программной среде MATLAB

При составлении математической модели асинхронного двигателя принимают ряд допущений, общепринятых в теории электрических машин переменного тока:

- 1) параметры обмоток всех фаз имеют одинаковые значения, т.е. имеет место симметричный режим работы;
- 2) магнитное поле электрической машины имеет синусоидальное распределение вдоль воздушного зазора;
- 3) учитывается только первая гармоника питающего напряжения на выходе преобразователя частоты;
- 4) не учитываются потери в стали двигателя, вызываемые протеканием вихревых токов в магнитопроводе АД и его перемагничиванием;
- 5) не учитывается насыщение магнитной цепи АД благодаря наложению ограничений на статорные токи;
- 6) эффект вытеснения токов в проводниках ротора пренебрежимо мал из-за ограничения частоты токов ротора рабочим участком механической характеристики;
- 7) не учитывается неоднородность магнитной проводимости в зазоре, обусловленная наличием пазов и зубцов.

Электромагнитные процессы, протекающие в асинхронном двигателе, описываются дифференциальными уравнениями по 2 закону Кирхгофа для электрических цепей i -х фазных обмоток:

$$U_{si} = R_{si} \cdot I_{si} + \frac{d\Psi_{si}}{dt}, \quad U_{ri} = R_{ri} \cdot I_{ri} + \frac{d\Psi_{ri}}{dt},$$

где U_{si} , I_{si} , Ψ_{si} , U_{ri} , I_{ri} , Ψ_{ri} – напряжения, токи и полные потокоцепления статора и ротора двигателя, R_{si} , R_{ri} – активные сопротивления обмоток фаз статора и ротора.

Механическая система электрической машины описывается дифференциальным уравнением, составленным по 2 закону Ньютона и представляющим собой баланс моментов двигателя:

$$M - M_c = J \cdot \frac{d\omega}{dt}.$$

Здесь M – электромагнитный момент, создаваемый АД, M_c – момент сопротивления нагрузки, прикладываемый к двигателю, ω – угловая частота вращения ротора, J – эквивалентный момент инерции одномассовой механической системы, приведенный к валу двигателя.

Для упрощения математического описания трехфазной модели АД применяется метод представления мгновенных значений синусоидальных электромагнитных величин, действующих в обмотках машины, в форме пространственных векторов. На основании теории обобщенной электрической машины, при условии равенства мощностей, возможно осуществить переход от естественной трехфазной системы координат к эквивалентной двухфазной машине, для которой математическое описание упрощается до системы дифференциальных уравнений пятого порядка.

В случае произвольной ориентации в системе координат x - y математическое описание электромагнитных процессов в обмотках статора и ротора примет вид:

$$\begin{cases} \bar{U}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + \frac{d\bar{\Psi}_s}{dt} + j \cdot \omega_k \cdot \bar{\Psi}_s \\ \bar{U}_r = R_r \cdot \bar{I}_r + \frac{d\bar{\Psi}_r}{dt} + j \cdot (\omega_k - \omega \cdot z_p) \cdot \bar{\Psi}_r \end{cases}.$$

В записанных уравнениях \bar{U}_s , \bar{U}_r , \bar{I}_s , \bar{I}_r , $\bar{\Psi}_s$, $\bar{\Psi}_r$ – векторы проекций напряжений, токов и потокосцеплений статора и ротора на оси системы координат; j и ω_k – матрица поворота и произвольная угловая частота вращения системы координат соответственно; z_p – число пар полюсов электрической машины. Для наглядности представим векторы переменных в развернутой форме записи:

$$\bar{U}_s = \begin{bmatrix} U_{sx} \\ U_{sy} \end{bmatrix}; \quad \bar{U}_r = \begin{bmatrix} U_{rx} \\ U_{ry} \end{bmatrix}; \quad \bar{I}_s = \begin{bmatrix} I_{sx} \\ I_{sy} \end{bmatrix}; \quad \bar{I}_r = \begin{bmatrix} I_{rx} \\ I_{ry} \end{bmatrix}; \quad j = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{\Psi}_s = \begin{bmatrix} \Psi_{sx} \\ \Psi_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s I_{sx} + L_m I_{rx} \\ L_s I_{sy} + L_m I_{ry} \end{bmatrix}; \quad \bar{\Psi}_r = \begin{bmatrix} \Psi_{rx} \\ \Psi_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r I_{rx} + L_m I_{sx} \\ L_r I_{ry} + L_m I_{sy} \end{bmatrix}.$$

Здесь L_m , L_s , L_r – индуктивности цепи намагничивания, статора и ротора двигателя соответственно.

При подобном математическом описании, исходя из уравнений баланса мощностей машины, электромагнитный момент АД возможно представить в виде векторного произведения различных комбинаций векторов токов и потокосцеплений двигателя.

Для анализа двигателя модель в форме пространственных векторов преобразуют, исключая максимально возможное количество промежуточных переменных. Это позволяет произвести декомпозицию сложной модели – представить ее в виде сочетания более простых подсистем, выходы которых представляют интерес в плане автоматического управления в зависимости от постановки задачи.

При построении векторных систем управления асинхронными электроприводами используется, в основном, математическое описание АД относительно векторов тока статора и потокосцепления ротора. Для анализа динамики произвольно вращающуюся систему координат целесообразней заменить неподвижной (стационарной), наиболее адекватно соответствующей процессам в реальном двигателе. При этом полагают $\omega_k=0$.

Не приводя известных математических выкладок, запишем математическое описание АД в неподвижной системе координат α - β в нормальной форме Коши:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{s\alpha}(t)}{dt} = \frac{1}{L_e} \cdot [U_{s\alpha}(t) - R_e \cdot i_{s\alpha}(t) + K_r \cdot A_r \cdot \psi_{r\alpha}(t) + K_r \cdot z_p \cdot \omega(t) \cdot \psi_{r\beta}(t)] \\ \frac{di_{s\beta}(t)}{dt} = \frac{1}{L_e} \cdot [U_{s\beta}(t) - R_e \cdot i_{s\beta}(t) + K_r \cdot A_r \cdot \psi_{r\beta}(t) - K_r \cdot z_p \cdot \omega(t) \cdot \psi_{r\alpha}(t)] \\ \frac{d\psi_{r\alpha}(t)}{dt} = R_r \cdot K_r \cdot i_{s\alpha}(t) - A_r \cdot \psi_{r\alpha}(t) - z_p \cdot \omega(t) \cdot \psi_{r\beta}(t) \\ \frac{d\psi_{r\beta}(t)}{dt} = R_r \cdot K_r \cdot i_{s\beta}(t) - A_r \cdot \psi_{r\beta}(t) + z_p \cdot \omega(t) \cdot \psi_{r\alpha}(t) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J} \cdot \left\{ K_m \cdot [\psi_{r\alpha}(t) \cdot i_{s\beta}(t) - \psi_{r\beta}(t) \cdot i_{s\alpha}(t)] - M_c \right\} \end{array} \right. .$$

Здесь $i_{s\alpha}(t)$, $i_{s\beta}(t)$, $U_{s\alpha}(t)$, $U_{s\beta}(t)$ – компоненты пространственных векторов тока и напряжения статора; $\psi_{r\alpha}(t)$, $\psi_{r\beta}(t)$ – компоненты пространственного вектора потокосцепления ротора; $R_e = R_s + R_r \cdot K_r^2$, $L_e = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}$, $K_r = \frac{L_m}{L_r}$,

$A_r = \frac{R_r}{L_r}$, $K_m = 1,5 \cdot K_r \cdot z_p$ – коэффициенты, учитывающие параметры АД;

$L_s = L_{s\sigma} + L_m$, $L_r = L_{r\sigma} + L_m$ – полные индуктивности обмоток статора и ротора; $L_{s\sigma}$, $L_{r\sigma}$ – индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора.

Параметры обмоток ротора в уравнениях считаются приведенными к обмотке статора. Также из уравнения движения двигателя видно, что электромагнитный момент представлен в данной модели в виде векторного произведения векторов потокосцепления ротора и тока статора.

Структурная схема двигателя, соответствующая приведенным уравнениям в системе координат α – β , представлена на рисунке 2.

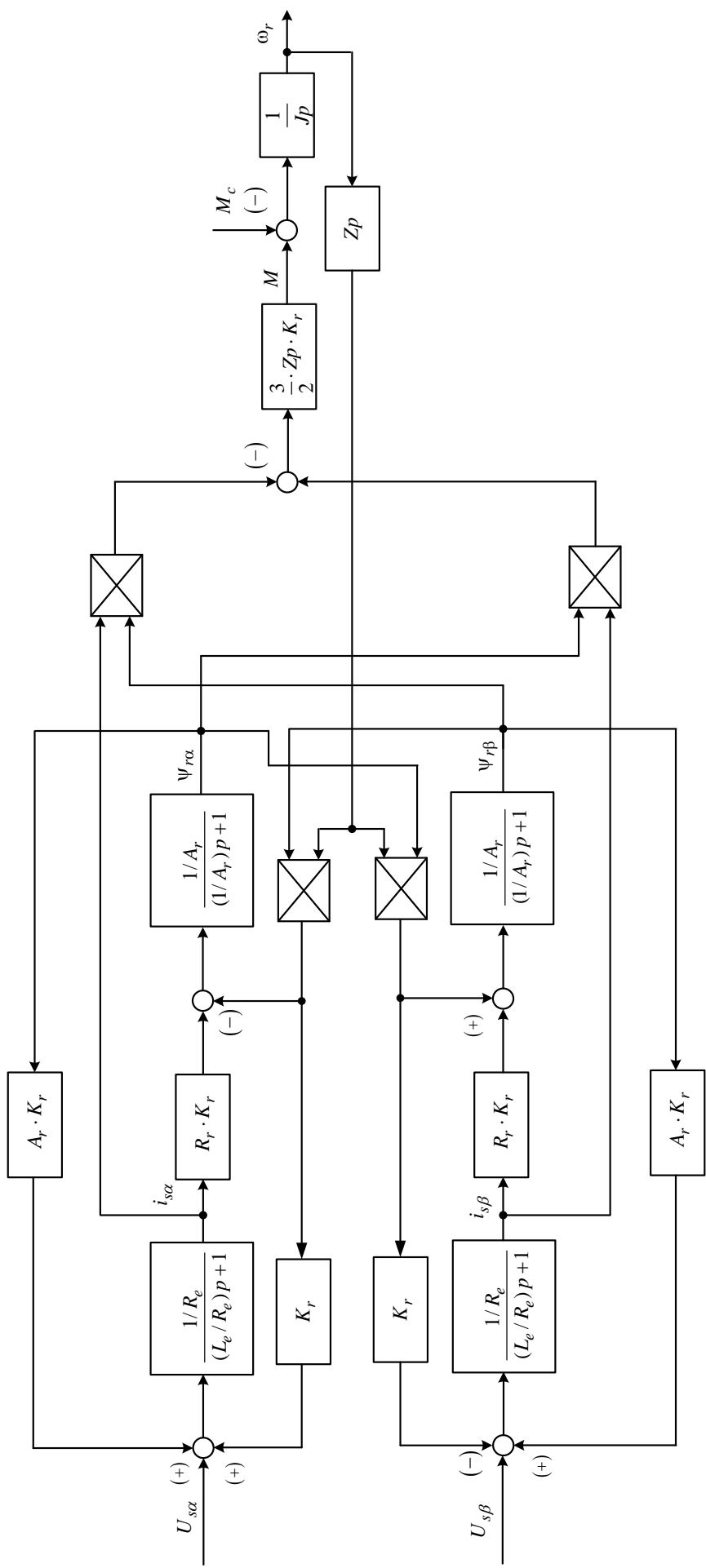


Рисунок 1. Структурная схема асинхронного двигателя в неподвижной системе координат α - β

Переход от естественной трехфазной системы координат А-В-С к неподвижной α - β производится путем **преобразования Кларка**:

$$U_{s\alpha} = U_{SA}, \quad U_{s\beta} = \frac{(U_{SA} + 2 \cdot U_{SB})}{\sqrt{3}}.$$

Ввиду принятого допущения о симметричности обмоток для осуществления перехода к двухфазной системе координат достаточно знания напряжений только двух фаз двигателя.

Имитационные модели АД с использованием вышеуказанной математической модели в двухфазной системе координат и стандартный блок библиотеки *SimPowerSystems* представлены на рисунке.

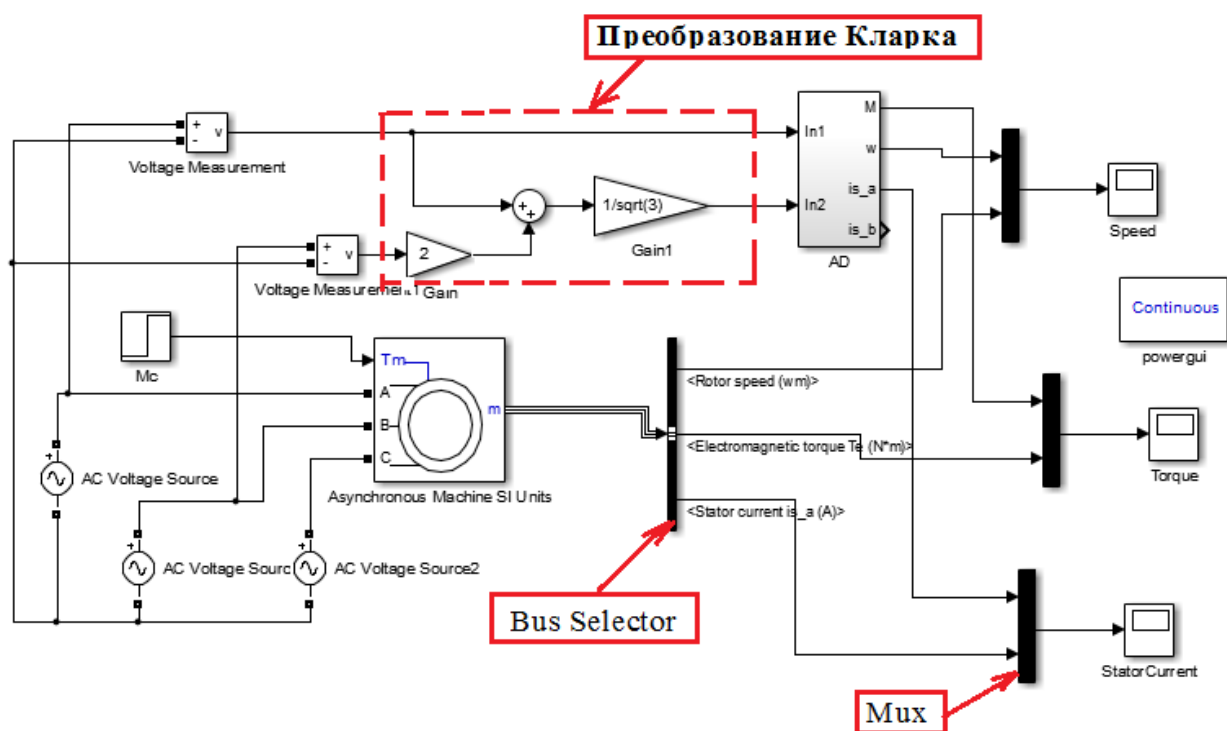


Рисунок 2

В параметрах элементов источников переменного напряжения *AC Voltage Source* необходимо назначить (**рисунок 3**) для каждого компонента напряжение 310 Вольт (амплитудное значение фазного напряжения) и частоту 50 Гц. Сдвиг по фазам – 0, 240, 120 градусов для каждого компонента соответственно.

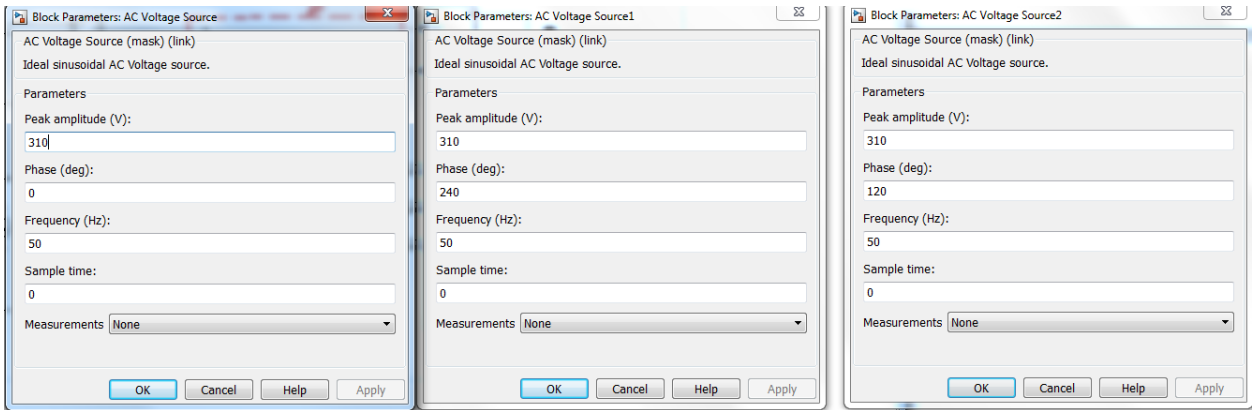


Рисунок 3

Модель АД в двухфазной неподвижной системе координат, составленная по системе дифференциальных уравнений, описанных ранее, представлена подсистемой АД (рисунок 4).

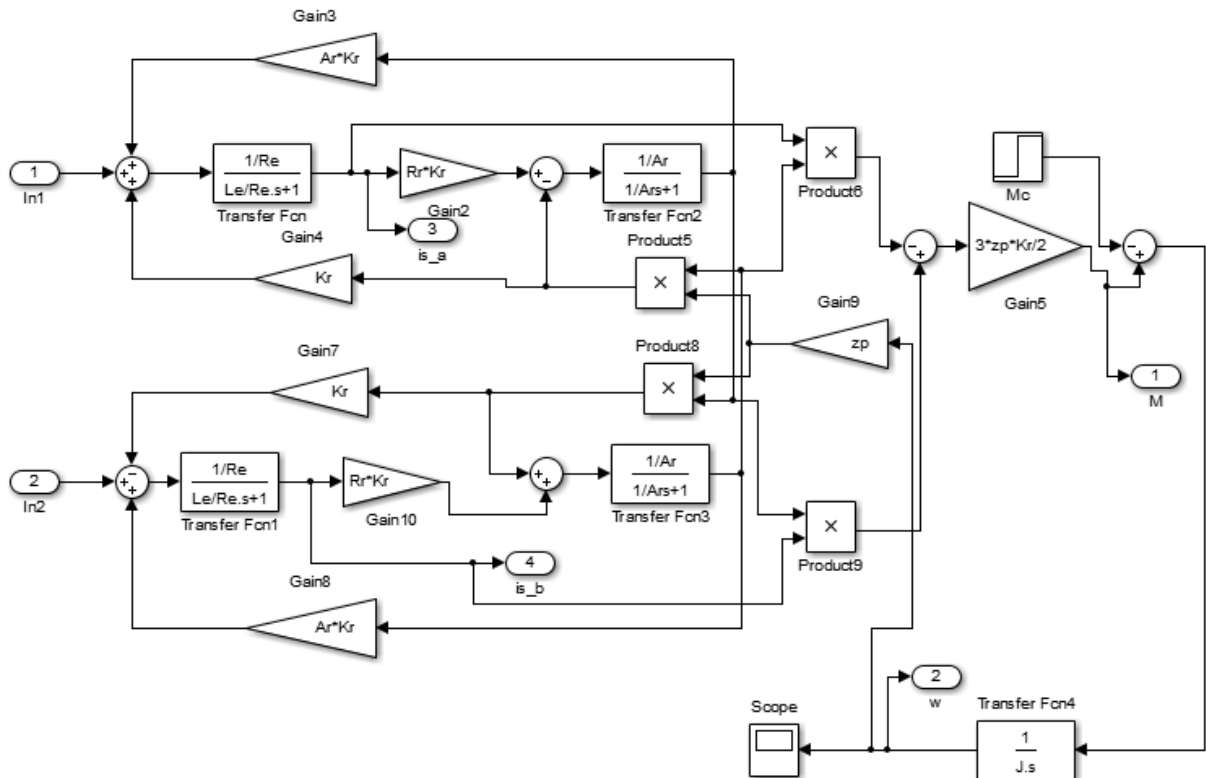


Рисунок 4

Параметры АД (в методических указаниях типа АИР112М2) сохраняются в отдельном m-файлом:

```

%Параметры двигателя
f=50;
Rs=0.574;
Rr=0.564;
Ls_=1.491/(2*pi*f);
Lr_=2.022/(2*pi*f);
Lm=50.379/(2*pi*f);
p=2;
J=0.01;
Ls=Ls_+Lm;
Lr=Lr_+Lm;
zp=p/2;

```

$$K_r = L_m / L_r;$$

$$R_e = R_s + R_r * K_r^2;$$

$$L_e = L_s - L_m^2 / L_r;$$

$$U_{amp} = 220 * \sqrt{2};$$

$$A_r = R_r / L_r;$$

Параметры стандартной модели АД из библиотеки *SimPowerSystems*, соответствующие двигателю АИР112М2, представлены на рисунке 5.

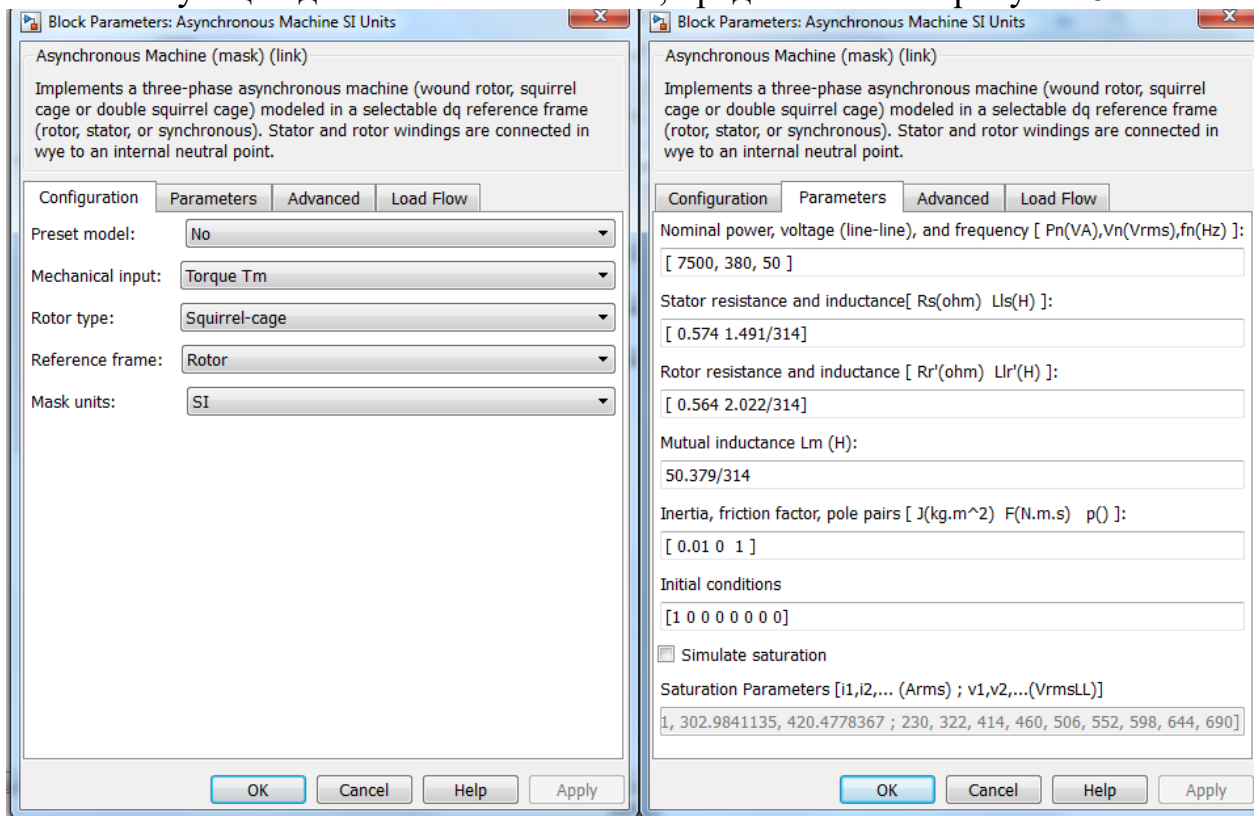


Рисунок 5

Результаты моделирования параллельной работы двух моделей в режимах пуска вхолостую и наброса номинальной нагрузки представлены на рисунках 6 – 8.

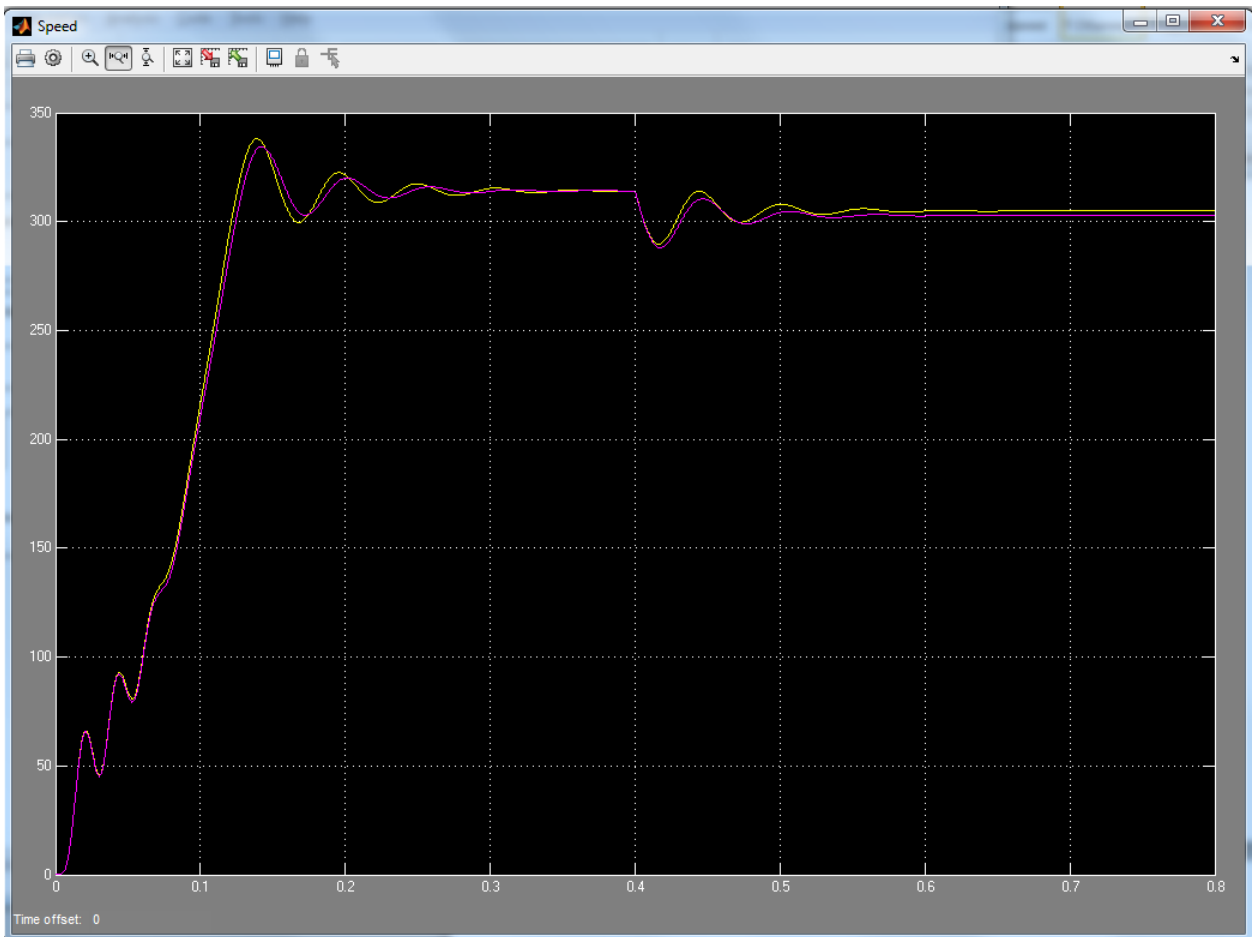


Рисунок 6

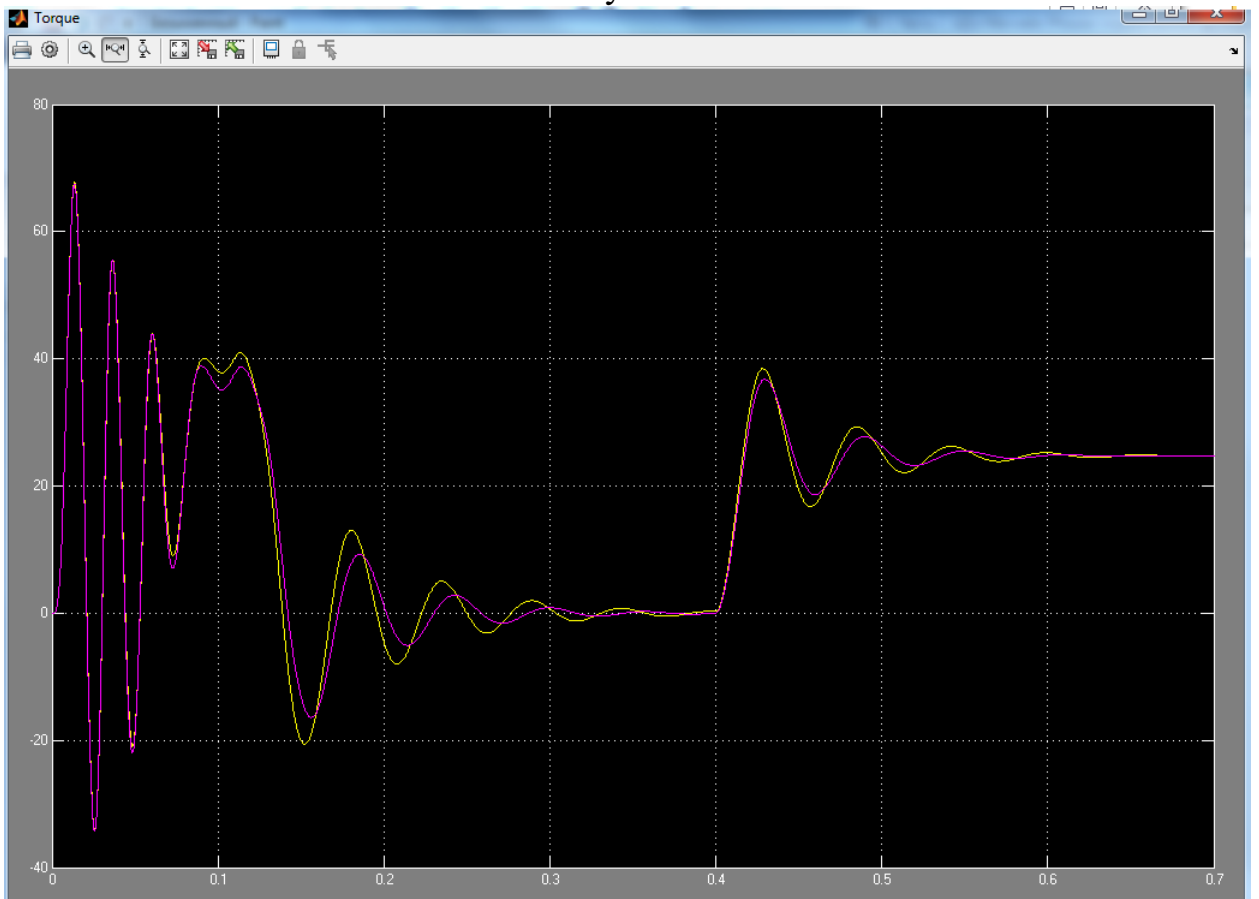


Рисунок 7

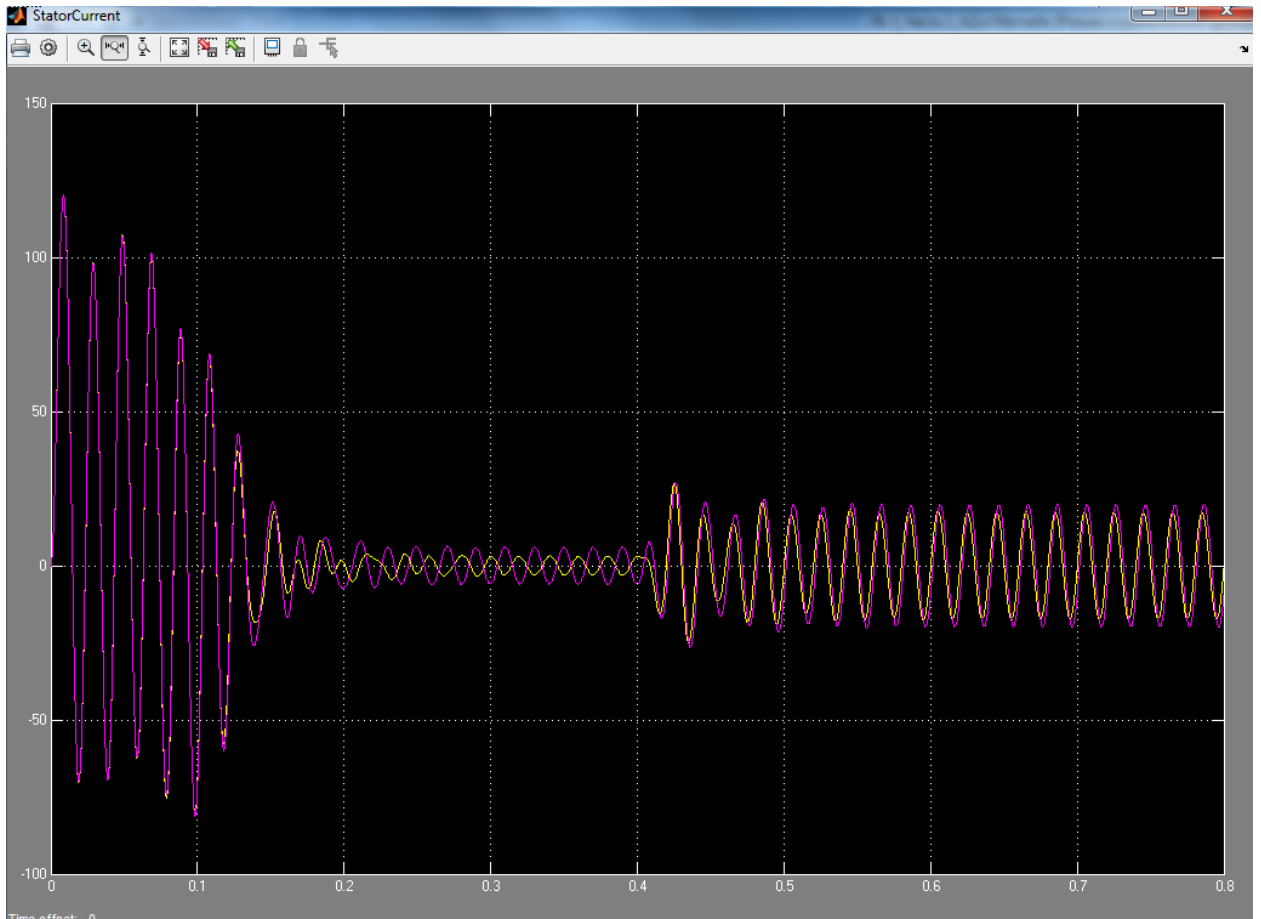


Рисунок 8

Результаты моделирования свидетельствуют об адекватности модели АД в двухфазной неподвижной системе координат.