

Занятие 4

Решить системы уравнений

$$624. \quad \begin{cases} x'' - 3x' + 2x + y' - y = 0, \\ -x' + x + y'' - 5y' + 4y = 0, \\ x(0) = x'(0) = y'(0) = 0, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

Ответ: 624. $x(t) = \frac{1}{4}(e^t - e^{3t} + 2te^{3t}), \quad y(t) = \frac{1}{4}(5e^t - e^{3t} - 2te^{3t}).$

$$673. \quad \begin{cases} \varphi_1(x) = 2x - \int_0^x (x-t) \varphi_1(t) dt + \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = -2 - 4 \int_0^x \varphi_1(t) dt + 3 \int_0^x (x-t) \varphi_2(t) dt, \end{cases}$$

Ответ: $\varphi_1(x) = \frac{3}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sh} \sqrt{3} x, \quad \varphi_2(x) = -2 \operatorname{ch} \sqrt{3} x.$

Найти изображения следующих функций

$$700. \quad f(n) = e^n - 2e^{\frac{n}{2}}.$$

Ответ: $\frac{e^p}{e^p - e} - \frac{2e^p}{e^p - \sqrt{e}}$

$$703. \quad f(n) = e^{a(n+3)}.$$

Ответ: $e^{3p} \left(\frac{e^p}{e^p - e^3} - 1 - e^{a-p} - e^{2a-2p} \right)$

$$711. \quad f(n) = n \sin \left(n \frac{\pi}{2} \right)$$

Ответ: $\frac{(e^{2p} - 1) e^p}{(e^{2p} + 1)^2}$

Вычислить сумму с использованием дискретных преобразований

$$734. \quad \sum_{m=0}^{n-1} m \cos m\alpha. \quad \text{Ответ:} \quad \frac{(n-1) \sin \frac{2n-3}{2} \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin^2 \frac{n-1}{2} \alpha}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$733. \quad \sum_{m=0}^{n-1} m^2. \quad \text{Ответ:} \quad \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$