

Лабораторная работа 3

Решение дифференциального уравнения первого и второго порядка методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Порядок выполнения работы № 2

1. Задать функцию двух переменных – правую часть уравнения;
2. задать границы отрезка;
3. задать начальное условие на искомую функцию;
4. задать точность $\epsilon=0.001$;
5. задать программу вычисления методом Рунге-Кутты 2-го порядка;
6. задать программу вычисления методом Рунге-Кутты 4-го порядка;
7. решить уравнение с помощью встроенной функции `rkfixed(...)`;
8. построить на графике найденную интегральную кривую в зависимости от шага разбиения; на этом же графике постройте решение, найденное с помощью встроенной функции.
9. исследовать поведение апостериорной оценки погрешности (графически);
10. найдите максимальную погрешность (по правилу Рунге).
11. Найдите численное решение для уравнения второго порядка.
 - a. Введите заданные функции
 - b. Постройте матрицу-столбец начальных данных для сведения уравнения второго порядка к системе двух уравнений первого порядка. Повторите пункты 1-9

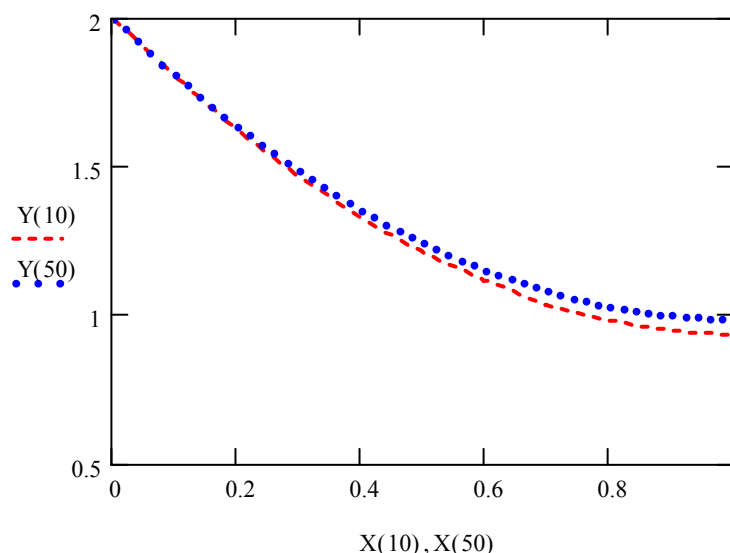
Пример программирования в среде MathCad для решения ДУ методом Эйлера

Численное дифференцирование $y'(x) = x^2 - y$

$a := 0$ $b := 1$ $k := 2$ $f(x, y) := x^2 - y$

```
Y(n, y) :=  $\left\{ \begin{array}{l} y_0 \leftarrow 2 \\ x_0 \leftarrow a \\ h \leftarrow \frac{b-a}{n} \\ \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} x_i \leftarrow x_0 + i \cdot h \\ y_{i+1} \leftarrow y_i + h \cdot f(x_i, y_i) \end{array} \right. \\ x_n \leftarrow b \\ \text{augment}(x, y) \end{array} \right.$ 
```

$Y(n) := V(n, 2)^{\langle 1 \rangle}$ $X(n) := V(n, 1)^{\langle 0 \rangle}$



Y (10) Интегральная кривая при разбиении отрезка на 10 точек

Y (50) Интегральная кривая при разбиении отрезка на 50 точек

№ вар.	ДУ первого порядка	н.у. y(a)	[a;b]	точность ε	ДУ	начальные усл		[a;b]
						y(a)	y'(a)	
1	$y'(x) = x^2 - y$	2	[0;1]	0.0001	$y'' = e^{5x} + 3y'$	5.5	0.8	[0;1]
2	$y'(x) = x^2 + y$	-4	[0;1]	0.00001	$y'' = \frac{2 + 4xy' + 6y}{x^2}$	1.4	2	[1;2]
3	$y'(x) = x^3 + y$	-6	[0;1]	0.000001	$y'' = 3e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}y'$	-4	-2.5	[0;1]
4	$y'(x) = x^3 - y$	0	[1;2]	0.001	$y'' = \cos 2x + 3y' - 2y$	1.5	2.7	[1;2]
5	$y'(x) = x + y^2$	0	[1;2]	0.0002	$y'' = 2 - 6y + 4xy'$	1.4	2	[1;2]
6	$y'(x) = x^2 - y^2$	1	[0;1]	0.00002	$y'' = e^{5x} + 3y'$	5.5	0.8	[0;1]
7	$y'(x) = x^2 + y^2$	-1	[0;1]	0.000002	$y'' = \cos 2x + 3y' - 2y$	1.5	2.7	[1;2]
8	$y'(x) = x^3 + y^2$	1	[0;1]	0.0003	$y'' = -3x - xy' - x^2y$	0	0	[1;2]
9	$y'(x) = x^3 - y^2$	-1	[0;1]	0.00003	$y'' = 3e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}y'$	-4	-2.5	[0;1]
10	$y'(x) = x^2 + y^3$	0	[0;1]	0.00002	$y'' = x^2 + 3y'$	0	1	[0;1]
11	$y'(x) = x^3 + y^3$	0	[0;1]	0.000002	$y'' = x - 1 + 3y + 4y'$	0	1	[0;1]
12	$y'(x) = x^3 - y^3$	1	[0;1]	0.0003	$y'' = \frac{y}{4x^2}$	1	0.5	[0;1]
13	$y'(x) = x + y/x$	0.1	[0;1]	0.00003	$y'' = \frac{2 + 4xy' + 6y}{x^2}$	1.4	2	[1;2]
14	$y'(x) = \sin(x + y)$	0.5	[1.5;2.5]	0.00003	$y'' = e^{5x} + 3y'$	5.5	0.8	[0;1]