

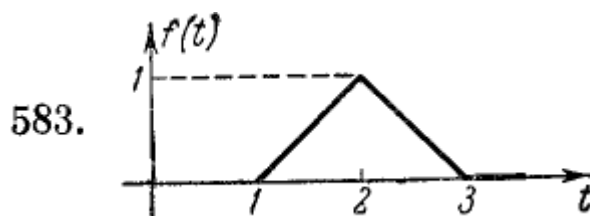
Занятие 3. Решение дифференциальных уравнений

Решить дифференциальные уравнения при заданных начальных условиях

529. $x''' + 2x'' + 5x' = 0, \quad x(0) = -1, \quad x'(0) = 2, \quad x''(0) = 0.$

Ответ:

$$x(t) = \frac{3}{5} e^{-t} \sin 2t - \frac{4}{5} e^{-t} \cos 2t - \frac{1}{5}$$



$$x'' + 9x = f(t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

Ответ:

$$x(t) = \frac{1}{3} \sin 3t \eta(t) + \frac{1}{9} \left[(t-1) - \frac{1}{3} \sin 3(t-1) \right] \eta(t-1) - \frac{2}{9} \left[(t-2) - \frac{1}{3} \sin 3(t-2) \right] \eta(t-2) + \frac{1}{9} \left[(t-3) - \frac{1}{3} \sin 3(t-3) \right] \eta(t-3)$$

617. $x'' + x = \frac{1}{1 + \cos^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = 0.$

Ответ:

$$x(t) = \cos t \operatorname{arctg}(\cos t) - \frac{\pi}{4} \cos t - \frac{1}{2\sqrt{2}} \sin t \cdot \ln \left| \frac{\sin t - \sqrt{2}}{\sin t + \sqrt{2}} \right|$$

Решить уравнение Вольтерра при заданных начальных условиях

652. $\varphi(x) = e^{-x} + \frac{1}{2} \int_0^x (x-t)^2 \varphi(t) dt.$

Ответ:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} e^{-x} + \frac{1}{6} e^x + \frac{1}{3} e^{-x/2} \left(\cos \frac{\sqrt{3}x}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right)$$

Решить системы уравнений

624.
$$\begin{cases} x'' - 3x' + 2x + y' - y = 0, \\ -x' + x + y'' - 5y' + 4y = 0, \\ x(0) = x'(0) = y'(0) = 0, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

Ответ: 624. $x(t) = \frac{1}{4} (e^t - e^{3t} + 2te^{3t}), \quad y(t) = \frac{1}{4} (5e^t - e^{3t} - 2te^{3t}).$