

После завершения курса «Математический анализ 3» студент минимум должен:

**по разделу теория функции комплексной переменной**

1. знать, что такое комплексное число, три формы комплексного числа, проводить арифметические операции с комплексными числами, возводить в степень, извлекать корень любой степени (например  $\sqrt[5]{-1+\sqrt{3}i}$ ), уметь получать формулу для извлечения корней;
2. знать, что такое последовательность комплексных чисел, определение предела, доказывать необходимость и достаточность существования предела последовательности комплексных чисел;
3. знать, определять и объяснять такие понятия как функция комплексного переменного (фкп), предел и непрерывность фкп; уметь доказывать непрерывность фкп;
4. уметь представлять фкп в виде вещественной и мнимой частей;
5. знать, что такое производная фкп, определение дифференцируемости, необходимые и достаточные условия дифференцируемости; уметь доказывать необходимое условие дифференцируемости; находить производные фкп;
6. знать, определять и объяснять такие понятия как аналитичность функции в точке и в области; знать и уметь применять свойства аналитических функций для нахождения производных и интегралов от аналитических функций;
7. уметь определять гармонические функции; доказывать, что действительная и мнимая части аналитической функции в области являются гармоническими в этой области;
8. знать и выводить геометрический смысл модуля и аргумента производной фкп;
9. знать, определять и объяснять такие понятия как криволинейный интеграл, уметь находить криволинейные интегралы по кривой, по замкнутому контуру, использовать при вычислении свойства независимости интеграла от пути интегрирования;
10. знать, определять и объяснять такие понятия как интеграл фкп, уметь доказывать условие существования интеграла фкп, уметь находить интегралы от элементарных и неэлементарных фкп; знать и уметь использовать свойства интегралов фкп;
11. уметь доказывать и применять теорему Коши для односвязной, многосвязной области, интегральную формулу Коши и интеграл Типа Коши;
12. знать, определять и понимать понятия ряда фкп, необходимые и достаточные условия сходимости ряда, находить область сходимости функционального ряда фкп, представлять фкп ее рядом Лорана, находить его область сходимости;
13. знать, определять такие понятия как вычет фкп и получать формулы для вычисления вычетов функции относительно изолированной особой точки;
14. уметь доказывать основную теорему о вычетах и теорему о сумме вычетов по всем изолированным особым точкам, включая бесконечность, использовать ее для

вычисления интегралов типа  $\int_{|z|=4} \frac{z^6 dz}{(z^5 + 1)(z^2 + 2i)}$ ;

**по разделу системы дифференциальных уравнений (ДУ)**

1. знать виды систем дифференциальных уравнений, уметь определять порядок системы, уметь записывать систему в векторно-матричной форме, строить интегрируемые комбинации, уметь находить решения систем типа
 
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{z-x}; \\ \frac{dz}{dx} = y+1 \end{cases}$$
2. знать, что такое частное решение системы, давать геометрическую интерпретацию для систем разного порядка;
3. уметь ставить задачу Коши, уметь формулировать достаточное условие существования решения задачи Коши, формулировать определение общего и частного решения системы ДУ;
4. уметь приводить ДУ n-го порядка к нормальной системе и обратно, уметь использовать этот метод при решении конкретных задач типа
 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y + t \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y + e^t \end{cases};$$
5. знать свойства решений однородных и неоднородных систем линейных ДУ, уметь использовать их при решении конкретных задач;
6. давать определение фундаментальной системы решений однородной системы линейных ДУ, формулировать свойства фундаментальной системы решений, применять их при решении задач типа  $X' = AX$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;
7. выводить рабочую систему для решения неоднородных систем ДУ методом вариации постоянных, уметь применять метод вариации постоянных при решении неоднородных систем ДУ
8. уметь применять метод Эйлера при решении систем линейных ДУ с постоянными коэффициентами типа;
 
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - y - z, \\ \dot{y} = x + 2y - z, \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases}$$
9. Уметь находить систему линейно независимых частных решений (ФСР) СЛОУ для случая вырожденных корней характеристического уравнения.
10. уметь ставить краевую задачу, интерпретировать результаты решения, давать понятие задачи Штурма – Лиувилля, формулировать свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма – Лиувилля, находить решения задачи Штурма – Лиувилля;
11. знать и уметь объяснять, что такое уравнение в частных производных, уметь определять порядок уравнения; формулировать определение решения, приводить геометрическую интерпретацию для уравнения на функцию двух переменных, экстраполировать его на случай n переменных;
12. знать и уметь объяснять, что такое первый интеграл системы ОДУ, получать симметричную форму системы ДУ, получать аналитический признак первого

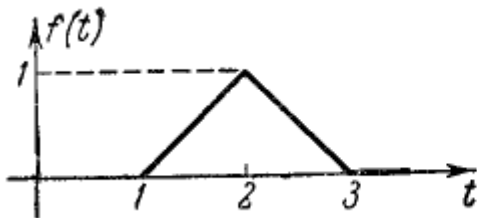
интеграла, объяснять связь между уравнением в частных производных первого порядка и системы ДУ;

13. Уметь записывать форму общего решения ДУ в частных производных в виде дифференцируемой функции первых интегралов, формулировать теорему об общем решении ДУ в частных производных I порядка; уметь находить общее и частное решение линейных однородных и неоднородных ДУ в частных производных I порядка;

**по разделу операционное исчисление**

1. знать и уметь излагать главную идею интегральных преобразований;
2. знать определение функции-оригинала преобразования Лапласа, уметь определять, является ли функция оригиналом;
3. знать определение функции-изображения преобразования Лапласа, уметь определять изображение по определению; уметь формулировать теорему о существовании изображения;
4. знать и уметь доказывать основные свойства преобразования Лапласа (9 свойств);
5. уметь строить ступенчатые функции, уметь находить для них изображения;
6. уметь формулировать теорему единственности изображения; уметь формулировать условия существования изображения;
7. знать и уметь формулировать свойства изображений: первая теорема разложения, вторая теорема разложения, теорема обращения,
8. уметь применять преобразования Лапласа для решения ДУ, систем ДУ, интегральных уравнений Вольтера типа «свертки», применять интеграл Дюамеля, например:

а)  $x'' - 2x' + x = e^t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$



$x'' + 9x = f(t),$   
 $x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$

б)

$$\begin{cases} x'' - 3x' + 2x + y' - y = 0, \\ -x' + x + y'' - 5y' + 4y = 0, \\ x(0) = x'(0) = y'(0) = 0, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

в)

$$\varphi(x) = e^{-x} + \frac{1}{2} \int_0^x (x-t)^2 \varphi(t) dt.$$

г)

д)  $x''' + x' = \frac{1}{2 + \sin t}, \quad x(0) = x'(0) = 0, \quad x''(0) = 0$

10. знать определение z-преобразования и дискретного D-преобразования Лапласа, уметь объяснять и определять решетчатую функцию f(n);
11. знать свойства D-преобразования;

12. уметь объяснять, что такое конечные разности, выполнять для них D-преобразования;
13. знать определение суммы решетчатой функции, выполнять для нее D-преобразования, вычислять значения суммы, например:

$$\sum_{m=0}^{n-1} m^2.$$

15. Знать, что такое разностное уравнение в виде конечных разностей или в виде комбинации различных опережений искомой функции, уметь определять порядок уравнения, уметь переходить от одной формы уравнения к другой.
16. Знать и понимать что является решением разностного уравнения.
17. уметь решать разностные уравнения типа

$$\Delta^3 f(n) + 2\Delta^2 f(n) + \Delta f(n) = 2^n, \quad \text{при нулевых начальных условиях}$$

$$f(n+2) + f(n) = 1 - (-1)^n, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 1.$$