

ВВОДНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

ОВ1. Бесконечно удаленной точкой называется комплексное число $z=\infty$, обладающее свойствами: модуль $|z|=\infty$, аргумент $\arg z$ – не определен.

ОВ2. Комплексная плоскость с присоединенной бесконечно удаленной точкой называется расширенной комплексной плоскостью.

ОВ2*. Совокупность всех конечных комплексных чисел z называется конечной или открытой плоскостью. Совокупность всех конечных чисел z и $z=\infty$ называется полной или замкнутой плоскостью.

ОВ3. Окрестностью точки z_0 называется множество точек z , удовлетворяющих условию $|z - z_0| < R$ т.е. внутренность круга с центром в точке z_0 . Пример: ε – окрестность точки z_0 – это множество точек, удовлетворяющих неравенству $|z - z_0| < \varepsilon$ где ε достаточно мало.

ОВ4. Проколотой окрестностью точки z_0 (круг с выброшенным центром) называется множество точек z , удовлетворяющих условию $0 < |z - z_0| < R$.

ОВ5. Окрестностью бесконечно удаленной точки $z = \infty$ называется внешность круга с центром в точке $z = 0$ радиуса R , т.е. множество точек z , удовлетворяющих условию $|z| > R$.

ОВ6. Точка z называется внутренней точкой множества M , если она принадлежит множеству M вместе с некоторой своей окрестностью.

ОВ7. Точка z называется внешней точкой множества M , если существует окрестность этой точки, в которой нет точек множества M .

ОВ7. Точка z называется граничной точкой множества M , если в любой ее окрестности найдутся точки как принадлежащие, так и не принадлежащие множеству M . Совокупность всех граничных точек множества называется границей.

ОВ8. Множество M точек плоскости называется открытым, если все его точки внутренние.

ОВ9. Множество M точек плоскости называется связным, если любые две точки можно соединить ломаной, целиком лежащей в этом множестве.

ОВ10. Открытое связное множество называется областью. Другими словам, область - это множество точек на плоскости или сфере, обладающее двумя свойствами:

1. множество открытое,
2. множество связное.

ОВ11. Область D с присоединенной к ней границей называется замкнутой областью.

ОВ12. Плоская кривая $z(t) = x(t) + iy(t)$ называется гладкой, если функции $x(t)$ и $y(t)$ непрерывны вместе со своими производными $x'(t)$ и $y'(t)$, т.е в любой точке кривой можно провести касательную. Линии границы области всегда будем предполагать кусочно-гладкими.

ОВ13. В случае односвязной области, число связных частей, на которое разбивается ее граница, называется порядком связности этой области. В частности, если граница области D связна, то D называется односвязной областью.

ОВ13*. Область G называется односвязной, если какую бы замкнутую непрерывную линию мы ни провели в этой области, её внутренняя часть также принадлежит данной области.

В общем случае граница многосвязной области может состоять из замкнутых кривых, разрезов, точек.