

контрольная работа «определенный интеграл»

**ОБРАЗЕЦ**

1. Найдите точки экстремума функции  $y = \int_0^x \frac{4t - 5}{t^2 + 5} dt$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $\rho^2 = a^2 \cos 4\varphi$ .
3. Вычислить длину дуги кривой 
$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{1}{3}(t^3 - 3t) \end{cases}$$
 между точками пересечения с осями координат.
4. Вычислить несобственные интегралы или доказать его расходимость 
$$\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$$
.
5. Исследовать на сходимость несобственный интеграл 
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x\sqrt{x+1}} dx$$
.
6. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями  $y^2 + x - 4 = 0$ ,  $y = x - 2$ .
7. Вычислить, с помощью двойного интеграла, площадь области ограниченную линиями:  $x^2 - 4x + y^2 \geq 0$ ,  $x^2 - 8x + y^2 = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y = x$
8. Найдите среднее значение функции  $y = \frac{1}{1 + 2 \sin^2 x}$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

## Рекомендации по подготовке к контрольной работе.

Будет полезно знать и уметь строить следующие кривые:

**В параметрической форме:**

$$\text{Эллипс: } \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$

$$\text{Окружность: } \begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases}$$

$$\text{Астроиду } \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$$

$$\text{Циклоиду: } \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$$

$$\text{Петля } \begin{cases} x = t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$$

$$\text{Некоторые типы кривых } \begin{cases} x = \cos^4 t \\ y = \sin^4 t \end{cases} \quad \begin{cases} x = a \sin t \\ y = b \sin 2t \end{cases}$$

**В полярной системе координат**

Окружности:  $\rho = a \cos \varphi$  ( $\rho = a \sin \varphi$ )

Кардиоиды  $\rho = a(1 \mp \cos \varphi)$ ,  $\rho = a(1 \pm \sin \varphi)$ ,

$$\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}, \rho = a \sin^4 \frac{\varphi}{4}, \rho = a \cos^3 \frac{\varphi}{3}, \rho = a \cos^4 \frac{\varphi}{4}$$

Улитки Паскаля:  $\rho = a \pm \cos \varphi$ ,  $\rho = a \pm \sin \varphi$

Лемнискаты Бернулли:  $\rho = a\sqrt{\cos 2\varphi}$ ,  $\rho = a\sqrt{\sin 2\varphi}$

Спираль Архимеда:  $\rho = a\varphi$ ,

Логарифмическая и гиперболическая спирали

$$\rho = e^\varphi, \rho\varphi = a, \rho^\varphi = a$$

Розы:  $\rho = a \cos 2\varphi$  ( $\rho = a \sin 2\varphi$ )

$$\rho = a \cos 3\varphi \quad (\rho = a \sin 3\varphi) \text{ и т.д.}$$