

Примерный вариант.

Контрольная работа «Числовые и функциональные ряды»

1. Исследовать сходимость рядов:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n^3+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+1}\right)^{n^2/2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! \cdot 3^n}$. д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n^2}} - 1}{1 - \cos \frac{1}{n}}$,

или е) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^3 + 4)$. е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n(n+1) \cdot 10^n}$.

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}}{n(n+2)(n+3)} (x-10)^n$, или

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+1)^n}{(n+1)\sqrt{\ln^3(n+1)}}.$$

3. Доказать равномерную сходимость по определению на $[0;1]$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{20n-7}$.

4. Разложить по степеням x $\int (x + \sin(x^2)) dx$

5. а) Найти решение задачи Коши $y' = x^3 + 3xy + \cos y$, $x_0 = 0$, $y_0 = -2$ в виде ряда Тейлора, содержащего первые 5 членов; или б) Найти решение задачи Коши $y'' = y + xe^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ в виде степенного ряда, содержащего несколько первых членов (до коэффициента при x^4 включительно) методом неопределенных коэффициентов.

6. Разложить функцию $f(x)$ периода T в тригонометрический ряд Фурье. Указать значения суммы ряда в точках разрыва.

