

контрольная работа «определенный интеграл»

ОБРАЗЕЦ

1. Найдите точки экстремума функции $y = \int_0^x \frac{4t - 5}{t^2 + 5} dt$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $\rho^2 = a^2 \cos 4\varphi$.
3. Вычислить длину дуги кривой
$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{1}{3}(t^3 - 3t) \end{cases}$$
 между точками пересечения с осями координат.
4. Вычислить несобственные интегралы или доказать его расходимость $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$.
5. Исследовать на сходимость несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x\sqrt{x+1}} dx$.
6. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной линиями $y^2 + x - 4 = 0$, $y = x - 2$.
7. Найдите среднее значение функции $y = \frac{1}{1 + 2\sin^2 x}$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

Рекомендации по подготовке к контрольной работе.

Будет полезно знать и уметь строить следующие кривые:

В параметрической форме:

$$\begin{array}{ll} \text{Эллипс:} & \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases} & \text{Окружность:} & \begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases} \\ \text{Астроиду} & \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases} & \text{Циклоиду:} & \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \\ \text{Петля} & \begin{cases} x = t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{Некоторые типы кривых} \quad \begin{cases} x = \cos^4 t \\ y = \sin^4 t \end{cases} \quad \begin{cases} x = a \sin t \\ y = b \sin 2t \end{cases}$$

В полярной системе координат

Окружности: $\rho = a \cos \varphi$ ($\rho = a \sin \varphi$)

Кардиоиды $\rho = a(1 \mp \cos \varphi)$, $\rho = a(1 \pm \sin \varphi)$,

$$\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}, \rho = a \sin^4 \frac{\varphi}{4}, \rho = a \cos^3 \frac{\varphi}{3}, \rho = a \cos^4 \frac{\varphi}{4}$$

Улитки Паскаля: $\rho = a \pm \cos \varphi$, $\rho = a \pm \sin \varphi$

Лемнискаты Бернулли: $\rho = a\sqrt{\cos 2\varphi}$, $\rho = a\sqrt{\sin 2\varphi}$

Спираль Архимеда: $\rho = a\varphi$,

Логарифмическая и гиперболическая спирали

$$\rho = e^\varphi, \rho\varphi = a, \rho^\varphi = a$$

Розы: $\rho = a \cos 2\varphi$ ($\rho = a \sin 2\varphi$)

$$\rho = a \cos 3\varphi \quad (\rho = a \sin 3\varphi) \text{ и т.д.}$$