

Вариант 11.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{e^{x+x^2}}^{\sin x^2} \frac{(t^3+1)}{tht} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x+1} \frac{(t-2)(t-1)}{t} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{2\pi} (3-7x^2) \cos 2x dx.$

b) $\int \frac{\sqrt[8]{x-1/x}}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx.$

c) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1+\sin x - \cos x}.$

d) $\int_{\pi/4}^{\arccos(1/\sqrt{3})} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^2 x - 5 \cos^2 x + 4} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^8(x/2) dx.$

f) $\int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx.$

g) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = (x+1)^2, \quad y^2 = x+1.$ b) $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t, \\ y = 3\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$ c) $r = 6 \cos 3\varphi, \quad r = 3 \quad (r \geq 3).$
 $y = 3 \quad (y \geq 3).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = 2 + \operatorname{ch} x, \quad 0 \leq x \leq 1.$ b) $\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases}$
 $0 \leq t \leq \pi/3.$

c) $\rho = 1 - \sin \varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, \quad y^2 - x = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2} \sqrt[4]{(x+2)^3}};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt[5]{(x-1)^4} \sqrt{x+1}};$ c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^5+32}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x - 4$ на интервале от $[-4; 0]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 12.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{x+x^2}^{\cos x^2} sh(t+1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x^2-1} t(t+2) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{2\pi} (1-8x^2) \cos 4x dx.$

b) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{(1+\cos x) dx}{1+\sin x + \cos x}.$

d) $\int_0^{\pi/4} \frac{6 \sin^2 x}{3 \cos 2x - 4} dx.$

e) $\int_{-\pi}^0 2^8 \sin^6 x \cos^2 x dx.$

f) $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{2x+2}) dx}{(\sqrt{2x+2} + 4\sqrt{2-x})(2x+2)^2}.$

g) $\int_0^4 \frac{dx}{(16+x^2)^{3/2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = 2x - x^2 + 3,$ b) $\begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases}$ c) $r = 1/2 + \sin \varphi.$
 $y = x^2 - 4x + 3.$ $y = 9 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 9).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = 1 - \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6.$ b) $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$
 $\pi/2 \leq t \leq \pi.$

c) $\rho = 2(1 - \cos \varphi), \quad -\pi \leq \varphi \leq -\pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $x^2 + (y-2)^2 = 1.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2} \sqrt[4]{(x+2)^3}};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt[5]{(x-1)^4} \sqrt{x+1}};$ c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+8}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = x - 4$ на интервале от $[0; 4]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 13.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_x^{\ln(x^2+2)} ch(t+1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x^2-1}^0 t(t+2) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx.$

b) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x - (\operatorname{arctg} x)^4}{1 + x^2} dx.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin dx}{1 + \sin x + \cos x}.$

d) $\int_0^{\operatorname{arctg} 3} \frac{4 + \operatorname{tg} x}{2 \sin^2 x + 18 \cos^2 x} dx.$

e) $\int_{\pi/2}^{2\pi} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f) $\int_{-1/2}^0 \frac{xdx}{2 + \sqrt{2x+1}}.$

g) $\int_0^4 x^2 \sqrt{16 - x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = x\sqrt{36 - x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 6).$

b) $\begin{cases} x = 32 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 4 \quad (x \geq 4).$

c) $r = \cos \varphi, \quad r = \sin \varphi, \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = e^x + 13, \quad \ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}.$

b) $\begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$

c) $\rho = 3(1 + \sin \varphi), \quad -\pi/6 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = 1 - x^2, \quad x = 0, \quad x = \sqrt{y - 2}, \quad x = 1.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{x+1} \cdot \sqrt[4]{x+2} \cdot \sqrt[3]{(x+3)^2}};$

b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x-1} \cdot \sqrt{x+1}};$

c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3 + x}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = 10x - 1$ на интервале от $[0; 10]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 14.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{1/x}^{\ln(x+2)} \operatorname{cth}(t+1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x-1}^0 t(t+2)(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx.$

b) $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 1} dx.$

c) $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{1 + \sin x}{(1 - \sin x)^2} dx.$

d) $\int_0^{\operatorname{arctg} 2} \frac{12 + \operatorname{tg} x}{3 \sin^2 x + 12 \cos^2 x} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^2 x \cos^6 x dx.$

f) $\int_0^4 e^{\sqrt{\frac{4-x}{4+x}}} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{16-x^2}}.$

g) $\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $x = \arccos y, \quad x = 0, \quad y = 0.$ b) $\begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \end{cases}$ c) $r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4),$
 $r = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4),$
 $y = 4 \quad (y \geq 4). \quad (\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1/4.$ b) $\begin{cases} x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases}$
 $0 \leq t \leq \pi/2.$

c) $\rho = 4(1 - \sin \varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/6.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, \quad y = 1, \quad x = 2.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[5]{x+1} \cdot \sqrt[4]{x+2} \cdot \sqrt[3]{(x+3)^2}};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[5]{x-1} \cdot \sqrt{x+1}};$ c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^5+x}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = 5x + 1$ на интервале от $[0; 10]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 15.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{\frac{x-1}{x}}^{\ln(x-1)} \frac{t+1}{\sin t} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x^2-1}^0 t(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx.$

b) $\int_0^{\sin^{-1} 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x + \cos x}.$

d) $\int_0^{\operatorname{arctg}(2/3)} \frac{6 + \operatorname{tg} x}{9 \sin^2 x + 4 \cos^2 x} dx.$

e) $\int_0^{2\pi} \cos^8 x dx.$

f) $\int_{1/8}^1 \frac{15\sqrt{x+3}}{(x+3)^2 \sqrt{x}} dx.$

g) $\int_0^5 x^2 \sqrt{25-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \operatorname{arctg} x, \quad y = 0,$
 $x = \sqrt{3}.$

b) $\begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases}$
 $y = 6 \quad (0 < x < 12\pi, \quad y \geq 6).$

c) $r = \cos \varphi, \quad r = 2 \cos \varphi.$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = 2 - e^x, \quad \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}.$ b) $\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \end{cases}$

$0 \leq t \leq \pi.$

c) $\rho = 5(1 - \cos \varphi), \quad -\pi/3 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, \quad y = \sqrt{x}.$

a) вокруг $Ox;$ b) вокруг $Oy.$

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[5]{x+1} \cdot \sqrt[3]{(x+3)^2}};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{(x-1)^6} \cdot \sqrt{x+1}};$ c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^5 + x^3}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x + 1$ на интервале от $[0; 5]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 16.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{x \sin x}^{x^2-1} \operatorname{sh} t \cdot \sin t \, dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x^3-1} (t-7)(t+1) \, dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x \, dx.$

b) $\int_1^3 \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} \, dx.$

c) $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/3)} \frac{\cos x \, dx}{(1-\sin x)(1+\cos x)}.$

d) $\int_0^{\operatorname{arcsin} \sqrt{3/7}} \frac{\operatorname{tg}^2 x \, dx}{3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x - 7}.$

e) $\int_0^{2\pi} \sin^8(x/4) \, dx.$

f) $\int_{-5/3}^1 \frac{\sqrt[3]{3x+5} + 2}{1 + \sqrt[3]{3x+5}} \, dx.$

g) $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} \, dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = x^2 \sqrt{8-x^2}, \quad y = 0, \quad \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \quad \text{c) } r = \sin \varphi, \quad r = 2 \sin \varphi.$
 $(0 \leq x \leq 2\sqrt{2}).$
 $x = 3\sqrt{3} \quad (x \geq 3\sqrt{3}).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, \quad 0 \leq x \leq 15/16.$ b) $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$
 $0 \leq t \leq \pi/2.$

c) $\rho = 6(1 + \sin \varphi), \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = \sin(\pi x/2), \quad y = x^2.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+x} \, dx}{x \cdot \sqrt[3]{x+3}}$; b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \ln(x+1)}$; c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = 3x + 3$ на интервале от $[0; 3]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 17.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^{x^2}}{\sin x} \int sht dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{\sin x} t(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx.$

b) $\int \frac{\sqrt{8} dx}{\sqrt{3} x \sqrt{x^2 + 1}}.$

c) $\int_{-2\pi/3}^0 \frac{\cos x dx}{1 + \cos x - \sin x}.$

d) $\int_0^{\pi/4} \frac{7 + 3 \operatorname{tg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^6(x/2) \cos^2(x/2) dx.$

f) $\int_2^3 \sqrt{\frac{3-2x}{2x-7}} dx.$

g) $\int_0^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(64-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $x = \sqrt{e^y - 1}, \quad x = 0,$
 $y = \ln 2.$

b) $\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases}$

c) $r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi.$
 $x = 2\sqrt{3} \quad (x \geq 2\sqrt{3}).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = 1 - \ln \sin x, \quad \pi/3 \leq x \leq \pi/2.$

b) $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases}$
 $0 \leq t \leq \pi/6.$

c) $\rho = 7(1 - \sin \varphi), \quad -\pi/6 \leq \varphi \leq \pi/6.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = \arccos(x/3), \quad y = \arccos x, \quad y = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_1^{\infty} \operatorname{arctg} x dx$; b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1 - \cos^3 \sqrt{x}}$; c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -2x + 3$ на интервале от $[-2; 3]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 18.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{\operatorname{tg} x}^{e^{x+1}} \operatorname{arctg} t dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x-1}^{x+1} t(t-1)(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx.$

b) $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$

c) $\int_{-\pi/2}^0 \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}.$

d) $\int_{\arcsin(2/\sqrt{5})}^{\arcsin(3/\sqrt{10})} \frac{2 \operatorname{tg} x + 5}{(5 - \operatorname{tg} x) \sin 2x} dx.$

e) $\int_{-\pi/2}^0 2^8 \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f) $\int_0^7 \frac{\sqrt{x+25}}{(x+25)^2 \sqrt{x+1}} dx.$

g) $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x^4} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = x\sqrt{4-x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 2).$ b) $\begin{cases} x = 10(t - \sin t), \\ y = 10(1 - \cos t), \end{cases}$ c) $r = 1/2 + \cos \varphi.$
 $y = 15 \quad (0 < x < 20\pi, \quad y \geq 15).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = 1 - \ln(x^2 - 1), \quad 3 \leq x \leq 4.$ b) $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$
 $0 \leq t \leq 2\pi.$

c) $\rho = 8(1 - \cos \varphi), \quad -2\pi/3 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = \arcsin(x/5), \quad y = \arcsin x, \quad y = \pi/2.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx;$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\ln(1 + \sqrt[3]{x})};$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -11x + 22$ на интервале от $[-10; 0]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 19.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{\ln x} \int_{\ln x}^{\sin x} t \operatorname{ch} t dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x-1}^0 \frac{t(t-1)(t+1)}{t+2} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-5x^2) \sin x dx.$

b) $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$

d) $\int_{-\arccos(1/\sqrt{10})}^0 \frac{3 \operatorname{tg}^2 x - 50}{2 \operatorname{tg} x + 7} dx.$

e) $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^2 x \cos^6 x dx.$

f) $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{3x+2}) dx}{(\sqrt{3x+2} + 4\sqrt{2-x})(3x+2)^2}.$

g) $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^4 dx}{(16-x^2)\sqrt{16-x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}, y = 0, x = 1.$ b) $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases} x = 1 (x \geq 1).$ c) $r = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi.$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \sqrt{x-x^2} - \arccos \sqrt{x} + 5, \quad 1/9 \leq x \leq 1.$ b) $\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$

c) $\rho = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 3/4.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, x = 2, y = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_2^{\infty} \frac{x}{\ln x} dx;$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{e^{\sqrt[3]{x}} - 1};$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 5x + 6}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x + 7$ на интервале от $[-2; 2]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 20.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{(x+1)^2} \int \ln t dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x-1} \frac{t(t-1)(t+1)}{t+2} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{\frac{\pi}{4}}^3 (3x - x^2) \sin 2x dx.$

b) $\int_1^e \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$

c) $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{(1 - \sin x) dx}{\cos x (1 + \cos x)}.$

d) $\int_0^{\pi/4} \frac{5 \operatorname{tg} x + 2}{2 \sin 2x + 5} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \cos^8 x dx.$

f) $\int_0^2 e^{\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}} \frac{dx}{(2+x)\sqrt{4-x^2}}.$

g) $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \frac{1}{1 + \cos x}, y = 0, x = \pi/2, x = -\pi/2.$ b) $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 4\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$ c) $r = (5/2) \sin \varphi, r = (3/2) \sin \varphi, y = 4 (y \geq 4).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = -\arccos x + \sqrt{1-x^2} + 1, 0 \leq x \leq 9/16.$ b) $\begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/3.$

c) $\rho = 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq 4/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2 + 1, y = x, x = 0, y = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 \ln x};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(1 + \sqrt[3]{x})^5 - 1};$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 5x - 6}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x + 3$ на интервале от $[-1; 1]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.