

Вариант 1.

1. Найти $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2} dt$.

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)e^{-t^2} dt$.

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$.

b) $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$.

c) $\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}$.

d) $\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \sin 2x}$.

e) $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^8 x dx$.

f) $\int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx$.

g) $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$.

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = (x-2)^3$,
 $y = 4x - 8$.

b) $\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \\ x = 2 \quad (x \geq 2). \end{cases}$

c) $r = 4 \cos 3\varphi$, $r = 2 \quad (r \geq 2)$.

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \ln x$, $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$.

b) $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$

c) $\rho = 3e^{3\varphi/4}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$.

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)(x+2)}$; b) $\int_{-3}^1 \frac{dx}{x^2(1+x)(x+2)}$; c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = x - 2$ на интервале от $[-1; 1]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 2.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{1/x^2}^{\ln x} t g(t^3 + 1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x^2} t^2(1+t)(t+2) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx.$

b) $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^2}.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}.$

d) $\int_{\arccos(4/\sqrt{17})}^{\pi/4} \frac{2 \operatorname{ctg} x + 1}{(2 \sin x + \cos x)^2} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^6 x \cos^2 x dx.$

f) $\int_1^{64} \frac{1 - \sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x}}{x + 2\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^4}} dx.$

g) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = x\sqrt{9 - x^2}, \quad y = 0,$
 $(0 \leq x \leq 3).$

b) $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin t, \\ y = 2 \quad (y \geq 2). \end{cases}$

c) $r = \cos 2\varphi, \quad r = 1/2, \quad r < 1/2$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$

b) $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$

c) $\rho = 2e^{4\varphi/3}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $2x - x^2 - y = 0, \quad 2x^2 - 4x + y = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)(x+2)};$ b) $\int_{-3}^1 \ln x dx;$ c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x+1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = 2x + 1$ на интервале от $[-2; 1]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 3.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\frac{\int \cos(t^3 + 1) dt}{(x+1)^2} \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{(1+t)(t+2)}{t^2} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx.$

b) $\int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1 + x^2} dx.$

c) $\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 + \cos x)}.$

d) $\int_0^{\arccos(1/\sqrt{17})} \frac{3 + 2 \operatorname{tg} x}{2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 1} dx.$

e) $\int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f) $\int_{-14/15}^{-7/8} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2 \sqrt{x+1}} dx.$

g) $\int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2) \sqrt{25 + x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = 4 - x^2,$ b) $\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases}$ c) $r = \sqrt{3} \cos \varphi, \quad r = \sin \varphi,$
 $y = x^2 - 2x.$ $y = 4 \quad (0 < x < 8\pi, \quad y \geq 4).$ $(0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, \quad 0 \leq x \leq 7/9.$ b) $\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \end{cases}$
 $0 \leq t \leq 2\pi.$

c) $\rho = \sqrt{2} e^\varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками

функций $y = 3 \sin x, \quad y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

a) вокруг Ox : b) вокруг Oy :

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(x+1)}$; b) $\int_{-3}^1 x \ln x dx$; c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x - 1$ на интервале от $[0; 5]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 4.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{e^{2x}}^x \ln(t^3 + t^2 + 1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{(1-t)(t-2)}{\sqrt[3]{t}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-2}^0 (x+2)^2 \cos 3x dx.$

b) $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2 + 4}.$

c) $\int_{2 \arctg(1/2)}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1 - \cos x)^3}.$

d) $\int_{\pi/4}^{\arctg 3} \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{1 - \sin 2x + 4 \cos^2 x} dx.$

e) $\int_0^{2\pi} \sin^2(x/4) \cos^6(x/4) dx.$

f) $\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx.$

g) $\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \sin x \cos^2 x, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq \pi/2).$

b) $\begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases} \quad \text{c) } r = 4 \sin 3\varphi, \quad r = 2 \quad (r \geq 2),$
 $x = 2 \quad (x \geq 2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \ln \frac{5}{2x}, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$

b) $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$
 $0 \leq t \leq \pi.$

c) $\rho = 5e^{5\varphi/12}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = 5 \cos x, \quad y = \cos x, \quad x = 0, \quad x \geq 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x)(3+x)}$; b) $\int_{-3}^{\infty} \ln x dx$; c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x(x+1)(x-1)}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -3x$ на интервале от $[-5; 5]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 5.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\frac{\int_{e^x}^{\ln x} \sin(t^2 + 1) dt}{e^x} \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{(1-t)(t-2)}{\sqrt[3]{t+1}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx.$

b) $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx.$

d) $\int_0^{\operatorname{arctg}(1/3)} \frac{(8 + \operatorname{tg} x)}{18 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \cos^8(x/2) dx.$

f) $\int_0^5 e^{\sqrt{\frac{5-x}{5+x}}} \frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}}.$

g) $\int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \sqrt{4-x^2}, \quad y = 0,$
 $x = 0, \quad x = 1.$

b) $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t, \\ y = 3 \quad (y \geq 3). \end{cases}$

c) $r = 2 \cos \varphi, \quad r = 2\sqrt{3} \sin \varphi,$
 $(0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = -\ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6.$

b) $\begin{cases} x = 10 \cos^3 t, \\ y = 10 \sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$

c) $\rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = \sin^2 x, \quad x = \pi/2, \quad y = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x-2}};$ b) $\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{tg} x dx;$ c) $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^5 + 2}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = x - 3$ на интервале от $[-5; 5]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 6.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{1/x}^{\ln x} \cos(e^{t^2}) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_x^0 \frac{t(t+2)}{\sqrt[3]{(t+1)^2}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx.$

b) $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx.$

c) $\int_{2 \operatorname{arctg} 2}^{2 \operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{\cos x (1 - \cos x)}.$

d) $\int_0^{\arccos \sqrt{2/3}} \frac{\operatorname{tg} x + 2}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 3} dx.$

e) $\int_{-\pi/2}^0 2^8 \sin^8 x dx.$

f) $\int_8^{12} \sqrt{\frac{6-x}{x-14}} dx.$

g) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = x^2 \sqrt{4 - x^2}, \quad y = 0,$
 $(0 \leq x \leq 2).$

b) $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$

c) $r = \sin 3\varphi.$

$y = 3 \quad (0 < x < 4\pi, \quad y \geq 3).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = e^x + 6, \quad \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}.$

b) $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$

$0 \leq t \leq \pi.$

c) $\rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций.

a) вокруг Ox : $x = \sqrt[3]{y-2}, \quad x = 1, \quad y = 1.$ b) вокруг Oy : $y = x^2 + 2x, \quad y = 0$

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1} \sqrt{x-2}};$ b) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{(x-1)(x+1)x};$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^8+2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = 2x + 3$ на интервале от $[-10; 10]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 7.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{\sin x}^{\cos x} \sqrt{e^{t^2} + 1} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x^2}^0 \frac{t+2}{\sqrt[3]{(t+1)}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx.$

b) $\int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1 + 4x^2} dx.$

c) $\int_{2 \operatorname{arctg}(1/3)}^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{dx}{\sin x (1 - \sin x)}.$

d) $\int_{\operatorname{arcsin}(1/\sqrt{37})}^{\pi/4} \frac{6 \operatorname{tg} x dx}{3 \sin 2x + 5 \cos^2 x}.$

e) $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^4 \sin^6 x \cos^2 x dx.$

f) $\int_0^1 e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}.$

g) $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \cos x \sin^2 x, \quad y = 0,$
 $(0 \leq x \leq \pi/2).$

b) $\begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases}$
 $x = 6\sqrt{3} \quad (x \geq 6\sqrt{3}).$

c) $r = 6 \sin 3\varphi, \quad r = 3 \quad (r \geq 3).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = 2 + \operatorname{arcsin} \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \quad 1/4 \leq x \leq 1.$

b) $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases}$
 $\pi \leq t \leq 2\pi.$

c) $\rho = 4e^{4\varphi/3}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций.

a) вокруг Ox : $y = xe^x, \quad y = 0, \quad x = 1.$ b) вокруг Oy : $y^2 + x^2 = 1, \quad y = 0, \quad x = 0$

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2} \sqrt{x-2}};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x-1} \sqrt{x+1}};$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{x^{10} + 2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = x + 3$ на интервале от $[-2; 1]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 8.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{x+1}^{\ln x} \sqrt{t^3 + 1} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_x^0 \frac{t(t+2)}{\sqrt[3]{t+1}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx.$

b) $\int_1^4 \frac{1/(2\sqrt{x}) + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx.$

c) $\int_{2\arctg(1/2)}^{\pi/2} \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2}.$

d) $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \operatorname{tg}^2 x - 11 \operatorname{tg} x - 22}{4 - \operatorname{tg} x} dx.$

e) $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f) $\int_{5/2}^{10/3} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})(x-2)^2} dx.$

g) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \sqrt{e^x - 1}, \quad y = 0,$
 $x = \ln 2.$

b) $\begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \end{cases}$

c) $r = \cos 3\varphi.$
 $y = \sqrt{3} \quad (y \geq \sqrt{3}).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \leq x \leq 3.$

b) $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t, \end{cases}$

c) $\rho = \sqrt{2} e^{\varphi}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$
 $\pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2, \quad x = 0.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2} \sqrt[3]{x-2}}$; b) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{x-1} \sqrt{x+1}}$; c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x + 3$ на интервале от $[-2; -1]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 9.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{x^2}^{1/x} \ln(t^3 + 1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x^2+1}^0 \frac{(t-2)}{\sqrt[3]{(t-1)}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx.$

b) $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}.$

c) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}.$

d) $\int_{-\arctg(1/3)}^0 \frac{3 \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin 2x - 5 \cos 2x + 1} dx.$

e) $\int_0^{2\pi} \sin^2 x \cos^6 x dx.$

f) $\int_1^8 \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2 \sqrt{x}} dx.$

g) $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{(2-x^2)^{3/2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}, y = 0, x = 1, x = e^3.$ b) $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases}$ c) $r = \cos \varphi, r = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4), y = 3 (0 < x < 6\pi, y \geq 3). (-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x, 0 \leq x \leq 8/9.$ b) $\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/3.$

c) $\rho = 5e^{5\varphi/12}, 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = 2x - x^2, y = -x + 2.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2} \sqrt[4]{x-3}};$ b) $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{x-1} \sqrt{x+1}};$ c) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^5 - 32}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -x - 1$ на интервале от $[-2; 0]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 10.

1. Найти $\frac{d}{dx} \left(\int_{e^x}^{x^2} \frac{(t^3 + 1)}{\sin t^2} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции $f(x) = \int_{x+1}^0 \frac{(t-2)(t-1)}{t} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a) $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx.$

b) $\int \frac{x + 1/x}{\sqrt{3} \sqrt{x^2 + 1}} dx.$

c) $\int_0^{2\pi/3} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx.$

d) $\int_{\pi/4}^{\text{arctg}^3} \frac{1 + \text{ctg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx.$

e) $\int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx.$

f) $\int_1^2 \frac{x + \sqrt{3x-2} - 10}{\sqrt{3x-2} + 7} dx.$

g) $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16 - x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a) $y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0.$ b) $\begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t, & r = \sin \varphi, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, & \end{cases}$ c) $r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4),$
 $x = 4 \quad (x \geq 4). \quad (0 \leq \varphi \leq 3\pi/4).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a) $y = \ln(1 - x^2), \quad 0 \leq x \leq 1/4.$ b) $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$
 $0 \leq t \leq \pi/3.$

c) $\rho = 12e^{12\varphi/5}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = e^{1-x}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$

a) вокруг Ox ; b) вокруг Oy .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2} \sqrt[4]{(x-2)^3}};$ b) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt[5]{x-1} \sqrt{(x+1)^3}};$ c) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции $y = -5x$ на интервале от $[-5; 0]$ используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.