

Индивидуальное задание

Вариант 1.

1. Исходя из определения предела, доказать:

1. а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x - 4} = 7$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2^x - 1} = \infty$

2. Доказать, что функция $\sin \frac{\pi}{x-2}$ не имеет предела при $x \rightarrow 2$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = x^2 + 3x - 2$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n}}{\sqrt[3]{2n^3 + 1}}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x - 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{arctg} x}{x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 2x^2 - 9x + 4}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{2 \cos 2x}$

4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 2) - \ln 2}{x^2}$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

12) $\lim_{x \rightarrow -1-0} \left(2 - 3^{\frac{1}{x+1}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \ln(1 + \sqrt{x^2 \operatorname{tg} x})$

б) $y = \sqrt{2x+1} - 1$.

6. Сравнить бесконечно малые при $x \rightarrow \pi$ функции $\alpha(x) = 1 + \cos 3x$ и $\beta(x) = \sin^2 7x$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ x + 2, & x > 1 \end{cases}$

б) $y = \frac{2^{\frac{1}{1-x}}}{1 + 2^{\frac{1}{1-x}}}$

в) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$

Индивидуальное задание

Вариант 2.

1. Исходя из определения предела, доказать:

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{-x+1} = -2$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n}{n^2+1} = 0$$

2. Доказать, что функция $\sin \frac{\pi}{x-3}$ не имеет предела при $x \rightarrow 3$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \sin x$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!(n+3)}{(n+2)!-n!}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{\sin^2 x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+1}{\sqrt[3]{x \sin \frac{\pi x}{4}}}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x \cdot \operatorname{arctg} x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-8x+15}{x^3-27}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{1}{2}-\cos x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x^2-1}{2x^4+25}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{x+2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2-12}-2}{\sqrt{x^2-7}-3}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2+3}-2x)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -2-0} \left(1-2^{\frac{1}{x+2}}\right)$$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

$$\text{а) } y = e^{\sqrt{x^3}} - 1$$

$$\text{б) } y = 1 - \cos 2x.$$

6. Сравнить бесконечно малые при $x \rightarrow 0$ функции $\alpha(x) = a^x - a^{-x}$ и $\beta(x) = \operatorname{tg} x$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

$$\text{а) } y = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x \leq 0 \\ 2, & 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 2, & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{1+3^{\frac{1}{2x-1}}}$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{3x+4}$$

Индивидуальное задание

Вариант 3.

1. Исходя из определения предела, доказать:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x + 1} = -2$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{6} = 0$$

2. Доказать, что функция $f(x) = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x) = x^3 - x + 2$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)!}{(n+3)! - (n+2)!}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2 \sin x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1}}{4x + 2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^3 + x - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x} - 1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-1} \right)^{2x-1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x^2 - 3}}{x^2 - 4}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^{2x} - 1}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x^2 - 4})$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 2+0} \left(1 - 2^{\frac{1}{x-2}} \right)$$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

$$a) y = \cos 3x - \cos x$$

$$б) y = \sin(\sqrt{9+x} - 3).$$

6. Сравнить бесконечно малые при $x \rightarrow 0$ функции $\alpha(x) = \ln(1 + \sqrt{x^2 \operatorname{tg} x})$ и $\beta(x) = 2^{\sin x} - 1$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

$$a) y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 3 \\ x + 2, & x > 3 \end{cases}$$

$$б) y = 9^{\frac{1}{x+7}}$$

$$в) y = \frac{1}{\ln(1+|x|)}$$

Индивидуальное задание
Вариант 4.

1. Исходя из определения предела, доказать:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{2^x - 1} = \infty$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{\pi}{x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \ln x$ непрерывна во всех точках $x > 0$.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+1)!}{2n! - 3(n+1)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 4x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 + \cos \frac{\pi}{x}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3x}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x^2 - 5}{2x^4 + x^3 - 3}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt[3]{2x^3 + 3}}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 3}{2x + 1} \right)^{3x - 1}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - x} - \sqrt{1 + x}}{x}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\operatorname{tg} x}$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x)$

12) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(\frac{1 + x}{1 + 2x} \right)^{x+3}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

a) $y = e^{\sqrt{\sin x}} - 1$

б) $y = e^x - e^{-x}$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = e^{\sqrt{x^3}} - 1$ и $\beta(x) = 1 - \cos(\sin x)$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

a) $y = \begin{cases} x - 3, & x < 0 \\ x + 1, & 0 \leq x \leq 4 \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$

б) $y = \frac{1}{2^{\frac{1}{x-3}} + 2^{\frac{1}{x-3}}}$

в) $y = \frac{4}{x^2 - x}$

Индивидуальное задание

Вариант 5.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{4x+3} = \frac{1}{2}$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\sin n\pi)}{n^2+1} = 0$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{\pi}{x-1}$ не имеет предела при $x \rightarrow 1$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x^2 - x - 1$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot (n+1)!}{n! - (n+2)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - \sin \frac{\pi x}{2}}{\cos \frac{\pi x}{3}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+tgx} - \sqrt{1-tgx}}{x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{tg^3 x - 3tg x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{1+x}\right)^{2x-1}$

5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-8}-1}{\sqrt{x^2-5}-2}$

11) $\lim_{n \rightarrow \infty} n[\ln n - \ln(n+1)]$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2-3x-x})$

12) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \left(1 - 3^{\frac{1}{2-x}}\right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = 1 - \cos(\sin x)$

б) $y = \sqrt[3]{\sqrt{x+1}} - 1$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \sqrt[4]{1 - \arcsin \sqrt{x}} - 1$ и $\beta(x) = \arctg^3 x$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$

б) $y = \frac{1 + 4^{\frac{1}{2x-1}}}{1 - 4^{\frac{1}{2x-1}}}$

в) $y = \frac{1}{x(x^2-1)}$