

Индивидуальное задание

Вариант 16.

1. Исходя из определения предела, доказать:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = -2$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -2+0} 4^{\frac{1}{x+2}} = \infty$$

2. Доказать, что функция $f(x) = 1 + \sin \frac{\pi}{x-1}$ не имеет предела при $x \rightarrow 1$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \sin(x+1)$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n-1)!}{n + (n-1)!}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x + \cos 2x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2-4} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{\frac{x+1}{2}}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x}{x-1}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\operatorname{arctg} 2x}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 - 1} - x)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

$$a) y(x) = \ln(\sqrt{x} + 1) \cdot e^x$$

$$б) y(x) = \ln(\sin^2 x + 1) \cdot \{\sqrt{1-x} - 1\}.$$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \ln(1 - \operatorname{arctg}^3 x)$ и $\beta(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1} - 1$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

$$a) y = \begin{cases} x-1, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$$

$$б) y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$$

$$в) y = \frac{x^2}{x+2}$$

Индивидуальное задание

Вариант 17.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 6}{x} = -6$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 1} = 0$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{\pi}{x+1}$ не имеет предела при $x \rightarrow -1$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = e^{(x+1)}$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n-1)!}{n! + (n+1)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sin \frac{\pi x}{6} + 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \cdot \operatorname{arctg} 3x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x^3 - 2x + 1}$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 2} \right)^{\frac{3x+1}{2}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 16}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\ln(1 - 2x)}$

6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} x \cdot (\ln(x+1) - \ln x)$

12) $\lim_{x \rightarrow -0} \left(1 - 2^{\frac{1}{x}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y(x) = 1 - \cos \sqrt{x}$

б) $y(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \frac{1 - \sqrt[3]{\sin^5 x + 1}}{e^x}$ и $\beta(x) = \ln(x^2 + x) - \ln x$ при $x \rightarrow 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \\ \frac{\pi}{2}, & x > \pi \end{cases}$

б) $y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-1}}}$

в) $y = \frac{x}{1 - x^2}$

Индивидуальное задание

Вариант 18.

1. Исходя из определения предела, доказать:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2} = \frac{1}{2}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = -4$$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{1}{x-1}$ не имеет предела при $x \rightarrow 1$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \cos(x^2)$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{e^{\sin x} - 1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^2 x + 1}{\cos x - 1}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin(\pi x)}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-9} - x \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \pm \infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x^3 + 1} - \sqrt{x^3 - 1})$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{\frac{x}{\sin^4(\sqrt[3]{x})}}$$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

$$a) y(x) = \sqrt[3]{\cos x} - 1$$

$$б) y(x) = \ln(1 + tg^5 \sqrt{x})$$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \frac{4-x^2}{2+x}$ и $\beta(x) = \ln(3-x)$ при $x \rightarrow 2$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

$$a) y = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ |x - 2|, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$б) y = \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x-1}}}$$

$$в) y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

Индивидуальное задание

Вариант 19.

1. Исходя из определения предела, доказать:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = 0$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

2. Доказать, что функция $f(x) = 1 - \cos \frac{2}{x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = 1 + \sin(x^2)$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! \cdot n}{(n+1)! - n!}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x^2}{1 - \cos x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \sin \frac{\pi x}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3 \cos x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-9} - \frac{x^2}{x+9} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 1} (5x - 4)^{\frac{2}{x-1}}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{\ln(1 - 3x)}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2} \right)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2(x))^{\operatorname{ctg}^2(x)}$$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

$$a) y = \sqrt[5]{x^3 + 1} - 1$$

$$б) y = \ln(1 + \sin \sqrt{x^3})$$

6. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x) = e^{x-1} - 1$ и $\beta(x) = \ln(2 - x)$ при $x \rightarrow 1$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

$$a) y = \begin{cases} e^x + 1, & x < 0 \\ |x - 2|, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$б) y = \frac{1 - e^{\frac{1}{x-1}}}{1 + e^{\frac{1}{x-1}}}$$

$$в) y = \frac{x}{|x + 3|}$$

Индивидуальное задание
Вариант 20.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+5}{x^2-25} = \infty$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4}{x} = -3$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{2}{x}$ не имеет предела при $x \rightarrow 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = e^{3x} + \sin(x)$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)! - (2n+1)!}{n \cdot (2n)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\operatorname{tg} 5x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \sin 2x}{\cos 3x + 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 x}{x^2}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 10}{x^2 - 5x + 6}$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 \left(\frac{2}{2x-1} - \frac{x}{x^2-1} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+3} \right)^{\frac{x+3}{2}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$

11) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2(x-1)} - 1}{x-1}$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(x + \sqrt[3]{1-x^3} \right)$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2(x))^{\frac{1}{(1+\sin^2 x)^5 - 1}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

а) $y = \sqrt[4]{1 + \sqrt[3]{x^2}} - 1$

б) $y = e^{\sqrt{x}} - 1$.

6. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha = \ln(\sqrt[4]{1 - \cos x} + 1)$ и $\beta = \sqrt[4]{1 - \sin x} - 1$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \end{cases}$

б) $y = \frac{1}{2^{x-2}} - 1$
 $\frac{1}{2^{x-2}} + 1$

в) $y = \frac{x^2}{x-9}$

Индивидуальное задание
Вариант 21.

1. Исходя из определения предела, доказать:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2x}{x} = \infty$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{4-x} = \frac{1}{3}$

2. Доказать, что функция $f(x) = \cos \frac{1}{x-\pi}$ не имеет предела при $x \rightarrow \pi$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = \operatorname{tg}(x)$ непрерывна в любой точке \mathbb{R} .

4. Вычислить пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n!}{3n! - 2(n-1)!}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\arcsin 2x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos^2 \frac{\pi x}{4}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{3}}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 2x^2 - 5}{x^2 - 3x + 2}$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{x}{x^3 - 1} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{3+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x} - 2}{x^2 - 4}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x}$

6) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1} \right)$

12) $\lim_{x \rightarrow -2-0} \left(\frac{1}{1 - 2 \frac{1}{x+2}} \right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций $y(x)$ относительно x при $x \rightarrow 0$:

a) $y = 1 - \cos \sqrt[3]{x^2}$

б) $y = \sqrt[3]{x} - x$.

6. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha = \ln(\sqrt[4]{\operatorname{tg} x} + 1)$ и $\beta = \sqrt[4]{1-4x} - 1$ при $x \rightarrow 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

a) $y = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & x \geq 1 \end{cases}$

б) $y = \frac{1}{1 - 3 \frac{1}{4x+2}}$

в) $y = \frac{x}{1-x^2}$