ВАРИАНТ

Задача 1. Исследовать на линейную зависимость систему векторов.

$$\mathrm{e}^{\mathbf{x}},\ \ \mathbf{x}\,\mathrm{e}^{\mathbf{x}},\ \ \mathbf{x}^2\,\mathrm{e}^{\mathbf{x}} \text{ на } \left(-\infty,\ +\infty\right).$$

Задача 2. Найти координаты вектора $\mathbf{x}$ в базисе $\left(\mathbf{e}_1',\ \ \mathbf{e}_2',\ \ \mathbf{e}_3'\right)$, если известны его координаты в базисе $\left(\mathbf{e}_1,\ \ \mathbf{e}_2,\ \ \mathbf{e}_3\right)$:

$$\begin{cases}\mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 9\mathbf{e}_3,\\ \mathbf{e}_2' = \left(9/10\right)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2,\\ \mathbf{e}_3' = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3,\end{cases}$$

$$\mathbf{x} = \left\{3,\ \ -10,\ \ 10\right\}.$$

Задача 3. Пусть $x = \left(x_1,\ \ x_2,\ \ x_3\right)$. Являются ли линейными следующие операторы? Найдите матрицу каждого линейного оператора в стандартном базисе.

$$Ax = \left(6x_1 - 5x_2 - 4x_3,\ \ -3x_1 - 2x_2 - x_3,\ \ x_2 + 2x_3\right),$$
$$Bx = \left(6 - 5x_2 - 4x_3,\ \ 3x_1 - 2x_2 - x_3,\ \ x_2 + 2\right),$$
$$Cx = \left(x_3^4,\ \ 3x_1 - 2x_2 - x_3,\ \ x_2 + 2x_3\right).$$

Задача 4. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\left(e_1',\ \ e_2',\ \ e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ матрицей: $A = \begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 3 & -1 & 0\\ 1 & 1 & -2\end{pmatrix}$.

Задача 5. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix}4 & -2 & -1\\ -1 & 3 & -1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}$. Если это возможно, то привести ее к диагональному виду.