

**Экзаменационный билет
ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ**

По дисциплине «линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Факультет АВТ

Курс I

Тема 1. Системы линейных уравнений.

1. Понятие определителя третьего порядка. Сформулировать и доказать свойства определителя, при которых не меняется его значение (на примере определителя третьего порядка).

2. Сформулировать и доказать достаточный признак существования фундаментальных систем линейных однородных алгебраических уравнений.

3. Найти общее решение и какую-либо фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 7x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ -2x_1 - 8x_2 - 10x_3 - 6x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

Тема 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

4. Сформулируйте определение линейной комбинации векторов.

5. Различные виды уравнений прямой в пространстве (вывод).

6. Найдите расстояние между прямыми

$$\frac{x}{2} = \frac{y-12}{-1} = \frac{z+1}{0} \quad \text{и} \quad \frac{x+5}{7} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}.$$

7. Найдите точку, симметричную точке $A(0; -10; 1)$, относительно прямой

$$\frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{0} = \frac{z}{1}.$$

Тема 3. Элементы линейных пространств.

8. Понятие векторного пространства. Пример.

9. Сформулировать теорему об изоморфизме линейных пространств. Доказать необходимый и достаточный признак изоморфизма.

10. Пусть V – множество многочленов с вещественными коэффициентами, степень которых не выше четырех, а L – его подмножество многочленов вида $ax^3 + bx + c$ ($a, b, c \in R$). Является ли множество V линейным пространством относительно естественным образом введенных операций сложения и умножения на число, а множество L – его подпространством?