

## ВАРИАНТ 11

1. Точка  $M(3,2)$  является основанием перпендикуляра, опущенного из точки  $N(1,-1)$  на прямую  $l$ . Написать уравнение прямой  $l$ ; найти расстояние от точки  $N$  до прямой  $l$ .
2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку  $P(3,-5)$  на одинаковых расстояниях от точек  $A(-7,3)$  и  $B(11,-15)$ .
3. Стороны треугольника лежат на прямых  
 $AB : x + 5y - 7 = 0, \quad BC : 3x - 2y - 4 = 0, \quad AC : 7x + y + 19 = 0.$   
Вычислить его площадь; найти уравнение высоты и медианы, проведенных из вершины  $A$ .
4. Построить плоскости:  
а)  $3x + 2y - 6z + 6 = 0,$                       б)  $2x - y + z = 0,$   
в)  $2y - z + 4 = 0,$                               г)  $3x - 2y = 0.$
5. Из точки  $P(-1,-1,4)$  опущен на плоскость перпендикуляр. Его основание - точка  $Q(2,1,3)$ . Составить уравнение этой плоскости.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$
 и точку  $M(2,-2,1)$ .
7. Найти расстояние от точки  $P(1,-1,-2)$  до прямой  $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y - 18 = 0 \end{cases}$ .
8. Найти угол между прямой  $\begin{cases} 4x + 3y + 5 = 0 \\ y + z + 4 = 0 \end{cases}$  и плоскостью  $4x - 3y - 6z - 5 = 0$ .
9. При каких значениях  $m$  прямая  $y = 2,5x + m$  1) пересекает гиперболу  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ ; 2) касается ее; 3) проходит вне этой гиперболы.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.  
а)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0,$       б)  $x^2 + 25y^2 - 50y + 24 = 0,$   
в)  $5x^2 - 4y^2 + 10x - 15 = 0,$       г)  $x^2 - 2x - 6y - 17 = 0.$
11. Изобразить линии:  
а)  $y = \sqrt{25 - x^2},$                               б)  $y = \sqrt{-12x},$   
в)  $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2},$               г)  $\rho = \frac{25}{12 - 13 \cos \varphi}.$
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:  
а)  $x^2 + y^2 = a^2, \quad y + z = -b \quad (b > a), \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$   
б)  $x + y + z = 8, \quad 2x + y = 8, \quad 4x + y = 8, \quad y = 0, \quad z = 0.$

## ВАРИАНТ 12

1. Даны точки  $A(2, -3)$ ,  $B(3, -5)$ . Через середину отрезка  $AB$  провести прямую, перпендикулярную к  $AB$ . Найти ее угловой коэффициент.
2. Дано уравнение одной из сторон квадрата  $x + 3y - 7 = 0$  и точка пересечения его диагоналей  $P(0, -1)$ . Найти уравнения трех остальных сторон этого квадрата.
3. Через точку пересечения прямых  $2x - 5y - 1 = 0$  и  $x + 4y - 7 = 0$  провести прямую, делящую отрезок между точками  $A(4, -3)$  и  $B(-1, 2)$  в отношении  $\lambda = \frac{2}{3}$ . Решить задачу, не вычисляя координат точки пересечения прямых.
4. Построить плоскости:
  - а)  $2x - y + z - 3 = 0$ ,
  - б)  $3x - y + 2z = 0$ ,
  - в)  $3x + z - 4 = 0$ ,
  - г)  $x - 2y = 0$ .
5. Найти плоскость, проходящую через точку  $A(5, 2, 3)$  и отсекающую на осях координат равные положительные отрезки.
6. Доказать, что прямые  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$  и  $\begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
7. Доказать, что прямые  $\begin{cases} 2x + 2y - z - 10 = 0 \\ x - y - z - 22 = 0 \end{cases}$  и  $\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$  параллельны и найти расстояние между ними.
8. При каких  $m$  и  $l$  пара уравнений  $2x + ly + 3z - 5 = 0$  и  $mx - 6y - 6z + 2 = 0$  будет определять параллельные плоскости. Найти расстояние между плоскостями.
9. Написать уравнение параболы, зная, что парабола симметрична относительно оси  $Ox$ , проходит через точку  $A(-3, 6)$  и начало координат. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
  - а)  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$ ,
  - б)  $x^2 + 9y^2 - 2x - 36y + 28 = 0$ ,
  - в)  $4x^2 - 5y^2 - 8x - 16 = 0$ ,
  - г)  $y^2 + 2y - 4x + 5 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = 0,5\sqrt{4 - x^2}$ ,
  - б)  $x = -\sqrt{3y}$ ,
  - в)  $x = 1 + 2\sqrt{y^2 + 4y + 5}$ ,
  - г)  $\rho = -10\sin\varphi$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y + z = a$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$ ,  $(a > b)$
  - б)  $x^2 - y^2 = z$ ,  $x = 5$ ,  $z = 0$ .

### ВАРИАНТ 13

1. Даны вершины треугольника:  $A(1,-2)$ ,  $B(0,3)$ ,  $C(1,1)$ . Через каждую из них провести прямую, параллельную противоположной стороне.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника  $x - 2y + 15 = 0$ ,  $x - 2y = 0$ , и уравнение одной из его диагоналей  $7x + y - 15 = 0$ . Найти вершины прямоугольника.
3. Проверить, что четырехугольник  $ABCD$  с вершинами  $A(-2, -2)$ ,  $B(-3,1)$ ,  $C(2,5; 2,5)$  и  $D(3,1)$  является трапецией. Составить уравнение средней линии, диагоналей и высот этой трапеции.
4. Построить плоскости:
  - а)  $x + 2y - z - 5 = 0$ ,
  - б)  $2x + 3y + z = 0$ ,
  - в)  $3x - 2y - 6 = 0$ ,
  - г)  $3y - 2z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(2,-1,3)$  и  $M_2(3,1,2)$  параллельно вектору  $\vec{a} = \{3,-1,4\}$ .
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные (доказать!) прямые  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$  и  $\begin{cases} y+z-2=0 \\ 2x-3y-7=0 \end{cases}$ .
7. Вычислить расстояние от точки  $P(2, 3, -1)$  до прямой  $\begin{cases} 2x-3y-10=0 \\ y+z+25=0 \end{cases}$ .
8. При каком  $m$  прямая  $\begin{cases} 3x+y-2z+6=0 \\ x+y-z-2=0 \end{cases}$  параллельна плоскости  $x+3y+mz-4=0$ ?
9. Найти полуоси, координаты вершин, фокусов и эксцентриситет эллипса  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
  - а)  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ ,
  - б)  $4x^2 + y^2 + 4y = 0$ ,
  - в)  $x^2 - 9y^2 + 2x - 36y - 44 = 0$ ,
  - г)  $x^2 - 8x + 3y + 22 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 9}$ ,
  - б)  $y = -\sqrt{-4x}$ ,
  - в)  $y = 2 + \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{1}{2 - \sqrt{3} \cos \varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$  ( $a > b$ ),  $y - z = -a$ ,  $z = 0$ .
  - б)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $x^2 + y^2 + (z - b)^2 = a^2$  ( $a < b$ ),  $z = 0$ .

## ВАРИАНТ 14

1. Найти расстояние между параллельными прямыми  $4x - 8y + 15 = 0$  и  $3x - 6y + 25 = 0$ .
2. Даны две смежные вершины параллелограмма  $ABCD$  :  $A(-3,-1)$  и  $B(2,2)$ . Точка  $K(3,0)$  – точка пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - 5y - 7 = 0$ ,  $3x + 7y + 4 = 0$  и а) перпендикулярно к  $5x - 5y - 6 = 0$ ; б) параллельно оси  $Ox$ ; в) через начало координат.
4. Построить плоскости:  
а)  $x + 2y - 2z - 2 = 0$ , б)  $6x - 3y + 2z = 0$ ,  
в)  $5x + 2z + 10 = 0$ , г)  $3x - 3y = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3,5,1)$  и  $B(7,7,8)$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  равные отрезки.
6. Найти точку  $Q$ , симметричную  $P(3,-4,-6)$  относительно плоскости  $x - y - 4z - 13 = 0$ .
7. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$  и  $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$ .
8. Найти угол между прямыми  $\begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$  и  $\begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ .
9. Определить координаты точек пересечения прямой  $7x - y + 12 = 0$  и окружности  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ . Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:  
а)  $x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$ , б)  $3x^2 + 2y^2 + 18x - 4y + 23 = 0$ ,  
в)  $x^2 - y^2 + 6x + 4y + 1 = 0$ , г)  $y^2 + 4x + 6y + 5 = 0$ .
11. Изобразить линии:  
а)  $y = -\sqrt{5-x^2}$ , б)  $y = -\sqrt{5x}$ ,  
в)  $y = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{-x^2 - 6x}$ , г)  $\rho = \frac{1}{2 - \sqrt{5} \cos \varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:  
а)  $z - a = -(x^2 + y^2)$ ,  $z = -b$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ),  $x = 0$ ,  $y = 0$ .  
б)  $x^2 + y^2 = ax$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $z = 0$ .

## ВАРИАНТ 15

1. Через точку  $P(1, 2)$  провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат.
2. Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки:  $M_1(0,5)$ ,  $M_2(2,1)$ ,  $M_3(-1,7)$ . Если лежат, то записать уравнение этой прямой; если не лежат, то найти расстояние от точки  $M_1$  до прямой, проходящей через точки  $M_2$  и  $M_3$ .
3. Даны уравнения сторон треугольника:  $3x + 4y - 1 = 0$ ,  $x - 7y - 17 = 0$ ,  $7x + y + 31 = 0$ . Доказать, что он равнобедренный.
4. Построить плоскости:
  - а)  $2x - y + 3z - 1 = 0$ ,
  - б)  $x + 3y + 2z = 0$ ,
  - в)  $y + 3z - 12 = 0$ ,
  - г)  $3x + 2y = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки  $M_1(1, -1, -2)$  и  $M_2(3, 1, 1)$  перпендикулярно к плоскости  $x - 2y + 3z - 5 = 0$ .
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$  параллельно прямой  $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}$ .
7. Одна из граней куба лежит на плоскости  $x + 2y - 2z + 9 = 0$ , одна из вершин - начало координат. Вычислить объем куба.
8. При каких значениях  $A$  и  $B$  плоскость  $Ax + By + 3z - 5 = 0$  перпендикулярна к прямой  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ .
9. Определить точки пересечения прямой  $3x + 4y - 12 = 0$  и параболы  $y^2 = -9x$ . Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
  - а)  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ ,
  - б)  $5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y + 2 = 0$ ,
  - в)  $x^2 - 4y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$ ,
  - г)  $x^2 - 4x - 6y - 14 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -0,25\sqrt{x^2 - 16}$ ,
  - б)  $x = \sqrt{8y}$ ,
  - в)  $x = 3 - \sqrt{9 - y^2}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{3\sqrt{2}}{2 - \cos \varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $z - a = -(x^2 + y^2)$ ,  $z = b$  ( $b < a$ ),  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  (I октант).
  - б)  $x + y + z = 8$ ,  $x = 4$ ,  $y = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .