

## ВАРИАНТ 1

1. Найти угловой коэффициент  $k$  прямой, проходящей через точки  $M_1(1,8)$  и  $M_2(-1,4)$ ; записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами  $A(3,2)$ ,  $B(5,-2)$ ,  $C(1,0)$ .
3. Даны вершины треугольника  $A(-10,-13)$ ,  $B(-2,3)$ ,  $C(2,1)$ . Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины  $B$  на медиану, проведенную из вершины  $C$ .
4. Построить плоскости:
  - а)  $2x + 3y + z - 1 = 0$ ,
  - б)  $2x + y - 4z = 0$ ,
  - в)  $4x - 3y + 6 = 0$ ,
  - г)  $3y + z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось  $Oy$  и точку  $M(1,4,-3)$ .
6. Найти уравнение проекции прямой  $\frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-7}$  на плоскость  $2x - y - 3z + 6 = 0$ .
7. Точка  $A(1,-3,0)$  – вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости  $3x + 2y - 6z + 17 = 0$ . Вычислить объем куба.
8. Установить, что три плоскости  $2x - 4y + 5z - 21 = 0$ ,  $x - 3z + 18 = 0$ ,  $6x + y + z - 30 = 0$  имеют общую точку и вычислить ее координаты.
9. Расстояние между директрисами эллипса в 2 раза больше расстояния между его фокусами. Определить эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
  - а)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ ,
  - б)  $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$ ,
  - в)  $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$ ,
  - г)  $y^2 + 6y - 2x + 3 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = \sqrt{1-x^2}$ ,
  - б)  $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$ ,
  - в)  $x = 3 + \sqrt{-6(y-2)}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{18}{4-5\cos\varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $z - a = -(x^2 + y^2)$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$ ;
  - б)  $z = x^2 - y^2$ ,  $z = 0$ ,  $z = 3$ .

## ВАРИАНТ 2

1. Найти острый угол между прямой  $5x - y + 7 = 0$  и прямой, проходящей через точки  $M_1(-2, 3)$  и  $M_2(2, -3)$ .
2. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину  $C(4, -1)$ , уравнение высоты  $2x - 3y + 12 = 0$  и медианы  $2x + 3y = 0$ , проведенных из одной вершины.
3. Найти расстояние между прямыми  $5x - 12y - 26 = 0$  и  $5x - 12y - 65 = 0$ .
4. Построить плоскости:
  - а)  $4x - 3y - 6z - 12 = 0$ ,
  - б)  $4x - y - 5z = 0$ ,
  - в)  $2x + 3z - 18 = 0$ ,
  - г)  $5y - z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $M(2, -1, 1)$  перпендикулярно двум плоскостям  $2x - z + 1 = 0$  и  $y = 0$ .
6. Проверить, лежат ли прямые  $\begin{cases} 2x - 3z + 2 = 0 \\ 2y - z - 6 = 0 \end{cases}$  и  $\begin{cases} x - 12y + 49 = 0 \\ 4x - 37z + 148 = 0 \end{cases}$  в одной плоскости?
7. Вычислить расстояние от начала координат до плоскости, проходящей через три точки  $M_1(-6, 1, -5)$ ,  $M_2(7, -2, -1)$ ,  $M_3(10, -7, 1)$ .
8. Найти угол между прямыми  $\begin{cases} x = -4z + 12 \\ y = -z + 1 \end{cases}$  и  $\begin{cases} x = z - 2 \\ y = 0 \end{cases}$ .
9. Асимптоты гиперболы имеют уравнения  $4y \pm 3x = 0$ , а расстояние между фокусами равно 20. Написать ее каноническое уравнение. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
  - а)  $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 6 = 0$ ,
  - б)  $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$ ,
  - в)  $5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0$ ,
  - г)  $x^2 + 4x - y - 1 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$ ,
  - б)  $y = -\sqrt{9 - x^2}$ ,
  - в)  $y = -4 - \sqrt{5x - 10}$ ,
  - г)  $\rho = 6 \cos \varphi$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $y + z = a$ ,  $-y + z = a$ ,  $x = b$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ ;
  - б)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ,  $y = \frac{b}{a}x$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

### ВАРИАНТ 3

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(-6,4)$  и  $M_2(-2,-1)$ . Найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Найти точку  $B$ , симметричную точке  $A(-2,4)$  относительно прямой  $3x + y - 8 = 0$ .
3. Найти длины высот треугольника, стороны которого имеют уравнения  $y - 2 = 0$ ,  $4x - 2y - 24 = 0$ ,  $4x - 11y + 30 = 0$ .
4. Построить плоскости:
  - а)  $2x + y - 4z + 2 = 0$ ,
  - б)  $2x + 3y + 3z = 0$ ,
  - в)  $2x + y + 2 = 0$ ,
  - г)  $4x - 5z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $Oz$  и точку  $M(1,-2,1)$ .
6. Найти проекцию точки  $A(1,-3,2)$  на плоскость  $6x + 3y - z - 41 = 0$ .
7. Вычислить расстояние между плоскостями  $x - 2y + 2z + 3 = 0$  и  $x - 2y + 2z + 9 = 0$ .
8. Проверить, имеют ли общую точку следующие четыре плоскости  $2x - 4y - z + 5 = 0$ ,  $2y + 3z - 1 = 0$ ,  $3x + 5y + 4z - 3 = 0$ ,  $5x + 2y - 2 = 0$ .
9. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус  $F(4,3)$  и директриса  $y + 1 = 0$ . Построить параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
  - а)  $x^2 + y^2 + 4y + 4 = 0$ ,
  - б)  $3x^2 + 4y^2 - 18x - 8y - 5 = 0$ ,
  - в)  $4x^2 - y^2 - 16x - 2y + 15 = 0$ ,
  - г)  $y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\sqrt{-4x}$ ,
  - б)  $y = \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4}$ ,
  - в)  $x = -4 + \sqrt{-y^2 + 4y + 21}$ ,
  - г)  $\rho = -\frac{9}{4 - 5\cos\varphi}$ ,
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 = z$ ,  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
  - б)  $x + y + z = 10$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x = 5$ ,  $y = 3$ .

## ВАРИАНТ 4

1. Составить уравнение прямой, если точка  $A(4,5)$  служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую. Найти угловой коэффициент  $k$  этой прямой.
2. Найти уравнения прямых, параллельных данной прямой  $4x + 3y - 15 = 0$  и отстоящих от нее на расстоянии  $\rho = 2$ .
3. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину  $A(0,2)$  и уравнения двух высот  $x + y - 4 = 0$  и  $y = 2x$ .
4. Построить плоскости:
  - а)  $4x - y - 2z + 4 = 0$ ,
  - б)  $2x - y - 2z = 0$ ,
  - в)  $2y - z - 1 = 0$ ,
  - г)  $2x + 3y = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки  $M_1(7,2,-3)$  и  $M_2(5,6,-4)$  параллельно оси  $Ox$ .
6. Установить, лежит ли данная прямая  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+5}{2}$  в плоскости  $4x + y - 7 = 0$ , параллельна этой плоскости или пересекает ее.
7. На оси  $Oy$  найти точки, отстоящие от плоскости  $x + 2y - 2z - 2 = 0$  на расстоянии  $\rho = 4$ .
8. Найти острый угол между плоскостями  $2x + 3y - z + 15 = 0$  и  $3x - 5y + 9z + 1 = 0$ .
9. Составить уравнение окружности, проходящей через точки  $A(-1,1)$  и  $B(1,-3)$ , если центр ее лежит на прямой  $2x - y + 1 = 0$ . Построить эту окружность.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
  - а)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ ,
  - б)  $x^2 + 9y^2 - 2x - 54y + 73 = 0$ ,
  - в)  $9x^2 - 4y^2 + 18x + 8y - 31 = 0$ ,
  - г)  $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\frac{5}{4}\sqrt{16 - x^2}$ ,
  - б)  $y = \sqrt{6x}$ ,
  - в)  $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{1}{3 + 3\cos\varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$ ,  $z = 0$ ,  $(a > b)$ .
  - б)  $z = 9 - y^2$ ,  $3x + 4y = 12$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

## ВАРИАНТ 5

1. Даны две точки  $M_1(2,3)$  и  $M_2(-1,0)$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M_2$  перпендикулярно отрезку  $M_1M_2$ . Записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Дан треугольник с вершинами  $A(-1,2)$ ,  $B(5,7)$ ,  $C(1,-3)$ . Вычислить угол между высотой и медианой, проведенными из вершины  $C$ .
3. Из точки  $M_0(-2,3)$  под углом  $\alpha$  к оси  $Ox$  направлен луч света. Известно, что  $\operatorname{tg}\alpha = 3$ . Дойдя до оси  $Ox$ , луч от нее отразился. Составить уравнения прямых, на которых лежат лучи падающий и отраженный.
4. Построить плоскости:
  - а)  $3x - 6y + z + 3 = 0$ ,
  - б)  $3x - 2y + z = 0$ ,
  - в)  $x - y - 8 = 0$ ,
  - г)  $2y + 5z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2,3,-4)$  и параллельно плоскости  $YOZ$ .
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямой  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{5}$  и плоскости  $3x - 4y + 2z - 1 = 0$  и точку  $M(3,-3,0)$ .
7. Вычислить расстояние от точки  $P(2,-5,7)$  до прямой, проходящей через точки  $M_1(5,4,6)$  и  $M_2(-2,-17,-8)$ .
8. Найти угол между прямой  $\begin{cases} x = y - 5 \\ y = -2z + 3 \end{cases}$  и плоскостью  $4x + y + z - 3 = 0$ .
9. Дан эллипс  $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{6} = 1$ . Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы – в вершинах данного эллипса. Построить эллипс и гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
  - а)  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ ,
  - б)  $2x^2 + 3y^2 + 4x + 6y - 1 = 0$ ,
  - в)  $x^2 - 4y^2 + 8y = 0$ ,
  - г)  $x^2 + 2x - 4y + 5 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = -\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$ ,
  - б)  $y = -\sqrt{8x}$ ,
  - в)  $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$ ,
  - г)  $\rho = -4\cos\varphi$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y + z = a$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , ( $a > 0$ ).
  - б)  $x^2 + z^2 = 2y$ ,  $y = 2$ ,  $y = 3$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ .