



УТВЕРЖДАЮ:

Директор ИМО

_____ Т. С. Петровская
« ____ » _____ 2005 г.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Рабочая программа

для иностранных студентов, обучающихся по программе неполного высшего
образования

(направления и специальности технического профиля)

Обеспечивающая кафедра: междисциплинарная кафедра

Курс I

Семестр II

Учебный план набора 2005 года с изменениями 2007 года

Распределение учебного времени

Лекции	51 часа (ауд.)
Практические (семинарские) занятия	<u>43</u> часа (ауд.)
Контроль знаний	8 часов (ауд.)
Всего аудиторных занятий	<u>102</u> часов
Самостоятельная (внеаудиторная) работа	<u>34</u> часов
Общая трудоемкость	<u>136</u> часов
Экзамен в <u> II </u> семестре	

2005



Предисловие

1. Рабочая программа составлена на основе государственного образовательного стандарта направлений технических специальностей, соответствует стандарту ТРУ “СТП ТРУ 2. 0. 01-99”.
РАССМОТРЕНА и **ОДОБРЕНА** на заседании междисциплинарной кафедры
2005г. протокол № ...
2. Разработчики:
доценты междисциплинарной кафедры Имас О.Н., Глазырина Е.И.
3. Зав. междисциплинарной кафедры _____
4. Рабочая программа **СОГЛАСОВАНА** с зав. отделением неполного высшего образования Института международного образования;
СООТВЕТСТВУЕТ действующему плану.

Е.Г. Бреусова



АННОТАЦИЯ

Высшая математика (*направления и специальности технического профиля*)

Институт международного образования
Междисциплинарная кафедра
Доцент, к.ф.-м.н. Ольга Николаевна Имас
Телефон 419-012, E-mail: oni@cam.tpu.ru
Ст.пр., Елена Ивановна Глазырина
Тел. 563-729, E-mail:

Рабочая программа разработана для иностранных граждан, обучающихся на отделении неполного высшего образования ИМО ТПУ с целью овладения математической терминологией и лексическими конструкциям русского языка в высшей математике, развития математической интуиции и культуры, необходимых при изучении последующих технических дисциплин на русском языке в соответствии с выбранным направлением и специальностью.

Курс «Интегральное исчисление» относится к естественнонаучному циклу дисциплин и состоит из следующих разделов: интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных, криволинейные и поверхностные интегралы, элементы теории поля.

Итоговый контроль – экзамен в письменной и устной форме.
Всего – 136 часов, в том числе: лекций – 51 часа, практических занятий – 51 часа.

Higher Mathematics
Faculty of Natural Sciences and Mathematics
Interdisciplinary Department
Galina P. Novoselova, assistant professor
Phone: (3822) 563-729, E-mail: gulko@ctc.tsu.ru
Olga N. Imas, associated professor
Phone: (3822) 419-012, E-mail: oni@cam.tpu.ru
Elena I. Glasyrina, assistant professor
Phone: (3822) 563-729, E-mail:

Course purposes: formation of the modern mathematical viewpoint, acquirement of higher mathematics knowledge and skills, enrichment of the vocabulary and lexical units of Russian language in higher mathematics needed in study of the following special disciplines according to a chosen technical specialty when the study language is Russian.

Course contents: integral calculus of one and multivariable functions, curvilinear and surfer integral, introduction into field theory.

Final monitoring – test-credit
Total – 136 hrs. including lecture – 51 hrs., practical classes – 51 hrs.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи преподавания дисциплины

Рабочая программа
D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC
Дата разработки: 15.10.2005, стр. 3 из 19.
Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



Цели преподавания дисциплины.

1. Подготовка к выполнению деятельности в областях, использующих математические методы.
2. Формирование представлений о сущности математических методов, о месте математики в системе наук, ее роли в науке, технике и производстве.
3. Развитие навыков логического мышления и оперирования с абстрактными объектами.
4. Владение методами изучения инженерных наук, качественного и количественного описания закономерностей физического мира.
5. Выработка навыков математического моделирования физических процессов, создания и использования математических моделей процессов и объектов, разработки эффективных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики и управления.

Задачи изучения курса.

1. Владение терминологией, лексикой и конструкциями, характерными для языка математики.
2. Систематизирование имеющихся и восполнение недостающих математических знаний, приведение их в соответствие с требованиями, предъявляемыми физическими и инженерными науками к математической подготовке студентов.
3. Развитие навыков применения математических методов в прикладных задачах, разработки математических моделей конкретных процессов и проведения необходимых расчетов в рамках построенных моделей.

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих конкретных формах деятельности.

1. **Лекции** нацелены на приобретение навыков восприятия и усвоения информации в образовательном процессе на вербальном уровне с использованием математической символики.
2. **Практические занятия** направлены на активизацию познавательной деятельности и приобретение навыков решения задач и проблемных заданий с помощью преподавателя сочетанием фронтального опроса и индивидуальной работой студентов у доски.
3. **Консультации** необходимы для развития навыков самостоятельной деятельности с использованием литературных источников, справочной литературы, выполнения заданий повышенной сложности, ликвидации пробелов в школьном образовании. Консультации проводятся под руководством преподавателя
4. **Самостоятельная внеаудиторная работа** направлена на приобретение навыков самостоятельного решения проблемных заданий по алгоритму, представленному в «Рабочей тетради».
5. **Текущий контроль** познавательной деятельности студентов осуществляется на практических занятиях в виде диктантов (при усвоении математической терминологии и лексических конструкций), тестового контроля при усвоении навыков и умений решения типовых заданий и упражнений.

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 4 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



6. **Рубежный контроль** включает три контрольных работы в семестр, характеризующих степень усвоения материала, содержание которых находится в соответствии с календарным планом изучения дисциплины.
7. **Экзамен** проводится в письменной и устной форме. Письменная форма в виде теста, который содержит материал всего изучаемого курса. Устный экзамен проводится в форме диалога и монолога с опорой на план, вопросы, демонстрационный материал. Экзамен является отчетным материалом студента в оценке математических знаний, письменных и речевых умений, приобретенных при изучении дисциплины.
8. **Контроль знаний студентов** проводится в рамках рейтинговой системы принятой в ТПУ и стимулирующей систематическую познавательную деятельность студента.

Все виды работ нашли отражение в комплексном методическом обеспечении по высшей математике, созданном на междисциплинарной кафедре ИМО.

Требования к начальной математической подготовке студентов

Предшествующий уровень образования студента – удовлетворительное освоение математических дисциплин 1-го семестра.

Студент должен уметь:

- интерпретировать символы и термины линейной алгебры и дифференциального исчисления, употреблять математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- решать любые системы линейных уравнений, знать скалярное и векторное произведение векторов, строить кривые и поверхности второго порядка;
- уметь находить пределы последовательностей и функций, уметь дифференцировать любые функции, проводить полное исследование функции;
- уметь находить пределы функции двух переменных, строить ее область определения, устанавливать дифференцируемость функции нескольких переменных, находить частные производные, исследовать функцию на экстремум;

ВЫПУСКНИК должен владеть основными приемами интегрирования, понятиями интегрального исчисления, уметь использовать аппарат интегрального исчисления в прикладных задачах, владеть понятиями теории поля, вычислять основные полевые характеристики.



Распределение часов учебного плана по семестрам и темам курса

Общее число часов государственного образовательного стандарта по дисциплине “математика” по направлениям 551500, 657800, 551300 и специальности 351400 составляет 547 часов, в том числе:

аудиторные часы: 388

самостоятельная работа: 159

2 семестр

№	МОДУЛИ	Лекции	Практич. занятия	Самостоят. работа
1	Неопределенный интеграл	10	12	6
2	Определенный интеграл и его приложения	10	12	10
3	Кратные интегралы	16	12	8
4	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности. Элементы теории поля	15	15	10
Всего часов:		51	51	34

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 6 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



Содержание теоретического раздела дисциплины Второй семестр

Модуль 1: **НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Методы интегрирования.

Разложение рациональных дробей на простые дроби. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование дифференциального бинома. Неберущиеся интегралы.

Модуль 2: **ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Дифференцирование по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Геометрические и физические приложения определенного интеграла в прямоугольной и полярной системах координат.

Понятие о приближенных методах вычислений определенных интегралов.

Несобственные интегралы 1-го и II-го рода. Признаки их сходимости и расходимости. Интеграл в смысле главного значения.

Модуль 3: **КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл, его свойства. Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярной системе координат. Геометрические и физические приложения двойных интегралов.

Тройной интеграл, их свойства. Приведение тройного интеграла к повторному.

Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системах координат. Геометрические и физические приложения тройных интегралов.

Интегралы зависящие от параметра.

Модуль 4: **КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И ИНТЕГРАЛЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ.**

Криволинейные интегралы, их вычисление. Формула Грина. Физические приложения криволинейных интегралов.

Интегралы по поверхности. Вычисление интегралов по поверхности.

Теорема Остроградского-Гаусса. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля, его свойства.

Векторное поле. Поток вектора. Дивергенция векторного поля. Циркуляция. Ротор векторного поля. Соленоидальное поле. Безвихревое поле. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса в векторной форме. Связь между характеристиками векторных полей. Оператор набла. Векторные дифференциальные операции 2-го порядка. Оператор Гамильтона.

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 7 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



Содержание практического раздела дисциплины

Второй семестр

Модуль 1: НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

- 1) Таблица основных интегралов. Интегрирование подстановкой и заменой переменной.
- 2) Интегрирование по частям.
- 3) Интегрирование рациональных функций.
- 4) Разложение рациональных дробей на простые дроби.
- 5) Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
- 6) Интегрирование иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.
- 7) Интегрирование дифференциального бинома. Неберущиеся интегралы. Понятие о специальных функциях.

Модуль 2: ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

- 1) Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.
- 2) Интегрирование по частям. Дифференцирование по переменному верхнему пределу.
- 3) Геометрические и физические приложения определенного интеграла в прямоугольной и полярной системах координат.
- 4) Знакомство с приближенными методами вычисления определенного интеграла.
- 5) Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов.

Модуль 3: КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

- 1) Двойной интеграл, его вычисление в прямоугольной системе координат. Изменение порядка интегрирования.
- 2) Двойной интеграл в полярной системе координат. Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
- 3) Приведение тройного интеграла к повторному.
- 4) Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системах координат. Геометрические и физические приложения тройных интегралов.
- 5) Интегралы зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование по параметру.

Модуль 4: КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И ИНТЕГРАЛЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

- 1) Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
- 2) Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Формула Грина.
- 3) Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
- 4) Вычисление поверхностных интегралов второго рода. Формула Остроградского-Гаусса.
- 5) Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Вычисление и приложения поверхностных интегралов.

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 8 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



- 6) Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Поток вектора. Дивергенция векторного поля.
- 7) Циркуляция. Ротор векторного поля. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса в векторной форме.
- 8) Оператор набла. Векторные дифференциальные операции 2-го порядка.



Самостоятельная работа студентов над курсом.

Темы типовых расчетов

№	Семестр	Название темы	Число часов
1	I	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	26
2	I	Введение в математический анализ	8
3	I	Дифференциальное исчисление и его приложения	18
4	II	Функции нескольких переменных	4
5	II	Неопределенный интеграл	12
6	II	Определенный интеграл и его приложения	8
7	II	Дифференциальные уравнения	12
8	II	Ряды	14
9	III	Кратные и криволинейные интегралы	18
10	III	Элементы теории поля	10
11	III	Теория функций комплексного переменного	8
12	III	Элементы теории вероятностей	19

УЧЕБНАЯ И СПРАВОЧНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Арефьев К.П., Нагорнова А.И., Столярова Г.П., Харлова А.И. Высшая математика, ч.1. – Томск, 1998, 106 стр.
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М. Наука, 1987.
3. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М. Наука, 1988.
4. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. – М. Наука, 1971.
5. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. – М., Наука, 1989.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление (в 2-х томах). – М. Наука, 1985.
7. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М Наука, 1971.
8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения (в 2-х томах) – М. Мир, т. 1, 1964, т. 2, 1966.
9. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: Высшая школа, 1980, 366 с.
10. Сборник задач по математике для вузов (под ред. А.В.Ефимова, Б.П. Демидовича) в 3-х томах. – М. Наука, 1986.

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 10 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



11. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М. Наука, 1985.
12. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики. – М. Высшая школа, 1979.

Дополнительная литература

1. Ильин, В.А, Позняк Э.Г. Основы математического анализа, т.1. – М. Наука, 1971.
2. Ильин, В.А, Позняк Э.Г. Основы математического анализа, т.2. – М. Наука, 1973.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т.1. – М., Наука, 1981.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т.2. – М., Наука, 1982.
5. Кудрявцев В.А, Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М. Наука, 1986.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М. Наука, 1985.
7. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М. Наука, 1971.
8. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения.- М., Наука, 1985.
9. Сидоров Ю.Ф., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М., Наука, 1980.
10. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика.- М., Наука, 1982.
11. Розанов Ю.А. Лекции по теории вероятностей.– М., Наука, 1985.
12. Солодовников А.С. Теория вероятностей.– М.: Просвещение, 1983.
13. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика – М. Наука, 1979.
14. Корольос В.С. и др. Справочник по теории вероятностей и математической статистики. – М. Наука, 1985.
15. Каплан Н.А. Практические занятия по высшей математике.(в 3-х томах). – Харьков: Изд-во ХГУ, т. 1—1965.
16. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М. Наука, 1987.
17. Беклемишева Л.А., Петрович АЮ., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. - М. Наука, 1987.
18. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. - М. Наука, 1984.
19. Фадеев Д.К, Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. - М. Наука, 1977.
20. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. Наука, 1977.
21. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М. Наука, 1987.
22. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. (в 3-х томах). – Харьков: Изд-во ХГУ, т. 1— 1965, т. 2—1971, т. 3— 1972.
23. Волковыский Л.И. и др. Сборник задач по теории функции комплексного переменного. – М. Наука, 1975.
24. Проханов А В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. – М. Наука, 1986.
25. Севастьянов Б.А, Чистяков В.П., Зубков АМ. Сборник задач по теории вероятностей. – М. Наука, 1980.

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 11 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



В приложениях приведены типичные задачи, уровень которых соответствует тестам рубежного и итогового контролей.

Приложение I

1. Решить матричное уравнение
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

матричным методом и методом Крамера.

3. Найти общее и одно из частных решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1 \end{cases}.$$

4. Найти фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}.$$

5. Вычислить угол между векторами

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 \quad \text{и} \quad \mathbf{a} = \mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2, \quad \text{если} \\ |\mathbf{e}_1| = |\mathbf{e}_2| = 1, \quad (\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2) = 120^\circ.$$

6. Даны вершины тетраэдра $A(1;-1;2)$, $B(2;1;-1)$, $C(-1;2;0)$ и $D(0;-1;2)$. Найти его объем и длину высоты, опущенной из вершины D .

7. Лежат ли точки $A(2;-1;2)$, $B(1;2;1)$ и $C(3;-4;5)$ на одной прямой?

8. Найти расстояние от точки $P(2;4;-5)$ до прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 12 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

Приложение II

1. Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 2x^2 - 9x + 4}, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2},$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}.$$

2. Исследовать на непрерывность функции

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ x + 2, & x \geq 1; \end{cases} \quad g(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{1-x}}}, \quad h(x) = \frac{1+x}{|x|}.$$

3. Найти производные функций

$$y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}, \quad y = e^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x), \quad y = \cos \ln 2 - \frac{1}{2} \frac{\cos^2 3x}{\sin 6x}.$$

4. Найти вторую производную функции, заданной параметрически:

$$x = t + \sin t, \quad y = 2 - \cos t.$$

5. Найти дифференциал функции

$$y = \sqrt{1+2x} - \ln(x + \sqrt{1+2x}).$$

6. Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке $t = t_0$, если

$$x = a \sin^3 t, \quad y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3.$$

7. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^n - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\lg x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln \frac{1}{x}.$$

8. Найти интервалы монотонности и точки экстремумов функции

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16.$$

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 13 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



9. На отрезке $[a, b]$ найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sqrt{x} - x, \quad a = 0, b = 4.$$

10. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^2 - 1}{4x - 3}$.

11. Провести полное исследование функции $y = x(12 - x^2)$ и построить ее график.

Приложение II

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\arctg^3 3x}{1+9x^2} dx, \quad \int \frac{\sin x}{(3+\cos x)^5} dx, \quad \int 3e^{5\cos x} \sin x dx, \quad \int_0^1 \frac{dx}{x^2+2x+2},$$

$$\int \frac{1+\ln(1+x)}{x+1} dx, \quad \int \cos x \sin 2x dx, \quad \int x^2 \cos 2x dx, \quad \int \sqrt{1-4x^2} dx,$$

$$\int e^x \sin 2x dx, \quad \int \frac{2x^2-7x+3}{(x-2)^2(x-5)} dx, \quad \int \frac{2x^3+6x^2+24}{16-x^4} dx,$$

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \cos 2x \sin^3 2x dx, \quad \int \cos^4 x \sin^2 x dx, \quad \int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x},$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2+x+x^2}}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-3x^2}}, \quad \int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{(x+1)^2-2\sqrt{x+1}}} dx.$$

2. Вычислить несобственные интегралы I рода или доказать их расходимость:

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx, \quad \int_2^{\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}.$$

3. Вычислить несобственные интегралы II рода или доказать их расходимость:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}, \quad \int_3^6 \frac{dx}{x^2-7x+10}.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

a) $y = x^2 - 2, y = x$.

b) первой аркой циклоиды $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ и осью OX .

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 14 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



5. Найти длину дуги кривой, заданной следующими выражениями:

a) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$, $1 \leq y \leq e$

b) $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

c) $\rho\varphi = 1$ от точки $A(2;0.5)$ до точки $B(0.5;2)$.

Приложение III

1. Найти область определения функции $z = \ln \cos x + \sqrt{y}$.

2. Найти частные производные следующих функций:

$$z = \ln(y + 2\sqrt{2 + x^2}), \quad z = (1 + 3y)^{x+1}, \quad z = \cos \frac{xy}{1+x} \sin \frac{x}{y}.$$

3. Вычислить второй дифференциал функции

$$z = e^{2xy^2+1}.$$

4. Составить уравнения нормали и касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + y^2 - x + 2y + 4z - 13 = 0$$

в точке $M_0(2; 1; 2)$.

5. Найти экстремумы функции

$$z = -x^2 - y^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{y}.$$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$$

в области, ограниченной линиями

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y = 1.$$

Приложение IV

1. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' + xy = xy^3$;

2) $x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2$, $y(1) = 1$;

3) $(x + y + 1)dy + (2x + 3y - 1)dx = 0$;

4) $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$, $y(\pi/4) = 1/2$;

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 15 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



- 5) $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1, \quad y(0) = 1;$
- 6) $y' + 4x^3y = (4x^3 + 4)e^{-4x}y^2, \quad y(0) = 1;$
- 7) $(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0;$
- 8) $xy''' + y'' = 1;$
- 9) $y'' = 128y^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 8;$
- 10) $y''' - 2y'' + y' = 0;$
- 11) $y'' + 12y' + 36y = 0;$
- 12) $y'' - 6y' + 25y = 0;$
- 13) $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}, \quad y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = 3 - 3\ln 2;$
- 14) $y'' + y = 2\sin x - 6\cos x + 2e^x;$
- 15) $y''' - y'' = 6x^2 + 3x;$
- 16) $y'' - 3y' + 2y = (1 - 2x)e^x;$
- 17) $y'' - 4y' + 4y = e^{-2x} \sin 6x.$

2. Найти решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x'(t) = 3x - y, \\ y'(t) = -x + 5y. \end{cases}$$

3. Найти кривую, у которой отрезок касательной, заключенной между осями координат, делится пополам в точке касания.

Приложение V

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n + 1)(2n)!}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n}}.$$

2. Определить область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$

3. Разложить функцию $f(x) = x^5 - x^3$ в ряд Тейлора по степеням $(x+1).$

4. Разложить функцию $f(x) = (x-1)\sin 5x$ в ряд Маклорена.

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 16 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



5. Вычислить приближенно с точностью до 0.001 интеграл $\int_0^1 e^{-x^2} dx$.
6. Записать несколько первых членов степенного ряда, являющегося решением дифференциального уравнения $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^2$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 0.5$.
7. Разложить функцию $f(x) = |x| \cos x$ в ряд Фурье на интервале $(-2; 2]$.

Приложение VI

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy$$

по области $D: \begin{cases} x=1, y=x^3, \\ y=-\sqrt{x}. \end{cases}$

3. Найти площадь области, ограниченной линиями

a) $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $\sqrt{3}y = x$, $y = \sqrt{3}x$.

b) $y = \frac{3}{x}$, $y = 4e^x$, $y = 3$, $y = 4$.

4. Найти массу плоской материальной пластины $x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1$, если ее плотность $\mu = y^2$.

5. С помощью тройного интеграла найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = 16\sqrt{2x}$, $y = \sqrt{2x}$, $z = 0$, $x + z = 2$.

Приложение VII

1. Бросаются две игральные кости. Определить вероятность того, что
a) сумма числа очков не превосходит 3;

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 17 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



- b) сумма числа очков превосходит 3;
c) произведение очков делится на 3.
2. Среди 10 лотерейных билетов имеется 6 выигрышных. Определить вероятность того, что из 4 наудачу взятых билетов оказалось 2 выигрышных.
 3. На отрезке единичной длины наудачу ставится точка. Определить вероятность того, что расстояние от точки до концов отрезка превышает $1/4$.
 4. В круге радиуса $R = 11$ наудачу ставится точка. Определить вероятность того, что она попадет в одну из непересекающихся фигур, площади которых равны $S_1 = 2.25$ кв.ед. и $S_2 = 3.52$ кв.ед., соответственно.
 5. Из 1000 ламп 100 принадлежит 1-ой партии, 250 – второй, а остальные – третьей. В первой партии имеется 6% бракованных ламп, во второй - 5%, в третьей - 4%. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа бракованная.
 6. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем i -й завод поставляет m_i % изделий ($i = 1, 2, 3$; $m_1 = 50$, $m_2 = 30$, $m_3 = 20$). Среди изделий i -го завода n_i % - первосортные ($n_1 = 70$, $n_2 = 80$, $n_3 = 90$). Купленное изделие оказалось первосортным. Определить вероятность того, что оно выпущено первым заводом.
 7. Вероятность выигрыша в лотерею на один билет равна 0,3. Куплено 10 билетов. Найти наиболее вероятное число выигравших билетов и соответствующую вероятность.
 8. Вероятность сбоя в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,002. Поступило 1000 вызовов. Определить вероятность ровно 7 сбоев.
 9. Вероятность наступления некоторого события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,8. Определить вероятность того, что число m наступлений события удовлетворяет неравенству $80 \leq m \leq 90$.
 10. В партии из 20 деталей находится 5 бракованных деталей. Из партии наудачу выбрали 4 детали. Найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию числа бракованных деталей среди отобранных.
 11. Дана плотность распределения
$$p(x) = \begin{cases} (\gamma - 2.5)^{-1}, & x \in [2.5; 4] \\ 0, & x \notin [2.5; 4] \end{cases}$$
 случайной величины ξ . Найти параметр γ , математическое ожидание,

Рабочая программа

D:\D\olga\teacher\english\РАБ_ПРОГ_2007_Инт.исч.DOC

Дата разработки: 15.10.2005, стр. 18 из 19.

Разработчик: доценты Новоселова Г.П.; Имас О.Н., Глазырина Е.И.



дисперсию, функцию распределения случайной величины ξ , а также вероятность выполнения неравенства $3 < \xi < 3.3$.

12. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ A + B \arcsin x, & |x| \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Найти параметры A и B , плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию величины X . Вычислить вероятность $P(|X - M_x| < \sigma)$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

13. Ошибка измерения прибора подчинена нормальному закону распределения. Прибор имеет систематическую ошибку $a = 5$ и среднеквадратическую ошибку $\sigma = 75$. Записать формулу плотности распределения и построить график плотности. Вычислить таблицу функции распределения для значений $x_k = a + k\sigma$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ и построить график функции распределения. Какова вероятность того, что 3 ошибки измерения попадают в интервал $(0; 80)$?

14. По данному закону распределения случайной величины ξ :

$$P(\xi = k) = C_n^k p^k q^{n-k}; p = 0.37; k = 0, 1, \dots, n$$

найти характеристическую функцию $\varphi(t)$ и с ее помощью найти математическое ожидание и дисперсию величины ξ .