

### Примерный вариант.

#### Контрольная работа «Числовые и функциональные ряды»

1. Исследовать сходимость рядов:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n^3+1}}$ ; b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+1}\right)^{n^2/2}$ ; c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!3^n}$ . d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n^2}} - 1}{1 - \cos \frac{1}{n}}$ , e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^3 + 4)$ .

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n(n+1) \cdot 10^n}$ .

2. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}}{n(n+2)(n+3)} (x-10)^n$ ,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+1)^n}{(n+1)\sqrt{\ln^3(n+1)}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n + 20^n}.$$

3. Доказать равномерную сходимость по определению на  $[0;1]$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{20n-7}$ .

или Найти сумму ряда  $S(x) = \sum_{n=8}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n-7}$ .

4. Разложить по степеням  $x$   $\int (x + \sin(x^2)) dx$

5. Разложить функцию  $f(x)$  периода  $T$  в тригонометрический ряд Фурье. Указать значения суммы ряда в точках разрыва.

