Занятие 6. Ряд Тейлора.

Разложить в ряд Тейлора

2842. $y=\sqrt{x^3}$ в окрестности точки $x_0=1$

Ответ: $y=1+\frac{3}{2}(x-1)+\frac{3\cdot 1}{2^2\cdot 2!}(x-1)^2-\frac{3\cdot 1\cdot 3}{2^3\cdot 3!}(x-1)^3+\ldots+(-1)^n\frac{3\cdot(2n-5)!!}{2^3\cdot n!}(x-1)^n+\ldots$

Разложить в ряд, используя стандартные разложения

2843. $y=\frac{1}{x}$ в окрестности точки $x_0=3$

Ответ: $y=\frac{1}{3}-\frac{1}{3^2}(x-3)+\frac{1\cdot 2}{3^3\cdot 2!}(x-3)^2-\frac{1\cdot 2\cdot 3}{3^4\cdot 3!}(x-3)^2+\ldots+(-1)^n\frac{1}{3^{n+1}}(x-3)^n+\ldots$

2866. $y=\sqrt[3]{8-x^3}$ в окрестности точки $x_0=0$

Ответ: $y=2\cdot\left(1-\left(\frac{x}{2}\right)^3\right)^{\frac{1}{3}}=2(1-\frac{1}{3}\cdot\frac{x^3}{2^3}-\frac{2}{3^2\cdot 2!}\cdot\frac{x^6}{2^6}-\frac{2\cdot 5}{3^3\cdot 3!}\cdot\frac{x^9}{2^9}-\ldots-\frac{2\cdot 5\cdot\ldots(3n-1)}{3^n\cdot n!}\cdot\frac{x^{3n}}{2^{3n}}-\ldots)$

2863. $y=\ln(10+x)$ в окрестности точки $x_0=0$

Ответ: $y=\ln 10+\ln\left(1+\frac{x}{10}\right)=\ln 10+\frac{x}{10}-\frac{x^2}{2\cdot 10^2}+\frac{x^3}{3\cdot 10^3}-\ldots(-1)^{n+1}\frac{x^n}{n\cdot 10^n}+\ldots$

1). $y=xe^{x^2-2x}$ по степеням $(x-1)$

Ответ: $y=e^{-1}[(x-1)+1]e^{(x-1)^2}=\frac{1}{e}\left(1+(x-1)+(x-1)^2+(x-1)^3+\frac{(x-1)^4}{2!}+\frac{(x-1)^5}{2!}+\frac{(x-1)^6}{3!}+\frac{(x-1)^7}{3!}\ldots\right)$

до R_2 : $y=\frac{1}{e}\left(1+(x-1)+(x-1)^2+R_2\right)$

2). $y=xe^{x^2+2x}$ по степеням $(x-1)$ до R_2

Ответ: $y=e^3+5e^3(x-1)+\frac{26e^3}{2!}(x-1)^2+R_2$

3) Найти интеграл $\int_0^{1/2}\frac{\sin x^2}{x}dx$ с точностью до $\varepsilon=\frac{1}{1000}$

Ответ: $y=\int_0^{1/2}\frac{x^2-\frac{x^4}{2!}+\frac{x^8}{4!}-\ldots}{x}dx=\frac{1}{2\cdot 2^2}-\frac{1}{4\cdot 2!\cdot 2^4}+\frac{1}{8\cdot 4!\cdot 2^8}$

2890. $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ в окрестности точки $x_0=0$. (использовать $\int_0^x\frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$)

4) Разложить $y=\frac{x}{x+1}$ по степеням x до R_n Ответ: $y=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{n+1}$

5). $y=arctg\frac{2x}{2-x^2}$ в окрестности точки $x_0=0$ (использовать $y'=\frac{1}{1+t^4}+\frac{t^2}{1+t^4}$ $(t=\frac{x}{\sqrt{2}})$)

Дома: 2844, 2868, 2869, 2925,

6) Разложить $y=\frac{x^3}{1-2x}$ по степеням x до R_n Ответ: $y=\sum_{n=0}^{\infty}2^n x^{n+3}$