Практика 2. Отыскание оригиналов

1. $F(t)=\dfrac{e^{-3p}}{p+3}$;

2. $F(t)=\dfrac{1}{p^2(p^2+1)}$

3. $F(t)=\dfrac{1}{p^2+5p+1}$

4. $F(t)=\dfrac{1}{p(p+1)(p^2+4)}$

5. $F(t)=\dfrac{p^3}{(p^2-a^2)(p^2-b^2)}$

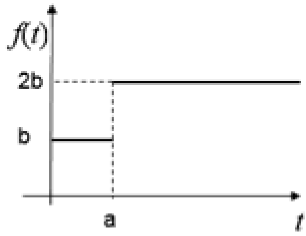
6. $F(t)=\sin\dfrac{1}{p}$

7. $F(t)=\ln\left(\dfrac{p+1}{p}\right)$

1. $x''=1 \quad x(0)=0,\ \ x'(0)=1$;

2. $x'''+x'=t \quad x(0)=0,\ \ x'(0)=-1,\ \ x''(0)=0$

3. $x''+x=f(t) \quad x(0)=1 \quad x'(0)=0$



4. $x''-x'=\dfrac{e^{2t}}{(1+e^t)^2} \quad x(0)=x'(0)=0$

5. $\varphi(t)=\sin t+2\int_0^t (t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$

6. $\begin{cases} x'=3y-x & x(0)=1 \\ y'=y+x+e^{at} & y(0)=1 \end{cases}$

7. (доп.) $\varphi(t)=t+2\int_0^t [(t-\tau)-\sin(t-\tau)]\varphi(\tau)d\tau$

8. (доп.) $\begin{cases} \varphi_1(t)=1-2\int_0^t e^{2(t-\tau)}\varphi_1(\tau)d\tau+\int_0^t \varphi_2(\tau)d\tau \\ \varphi_2(t)=4t-\int_0^t \varphi_1(\tau)d\tau+4\int_0^t (t-\tau)\varphi_2(\tau)d\tau \end{cases}$

Домашняя работа Найти оригиналы

1. $F(p) = 1 - \cos\dfrac{1}{p}$

477. $F(p) = \dfrac{e^{-2p}}{p^2}$.

489. $F(p) = \dfrac{n!}{p(p+1)(p+2)\dots(p+n)} \qquad (n = 1,\ 2,\ \dots).$

497. $F(p) = \dfrac{e^{-p}}{p^2 - 2p + 5} + \dfrac{pe^{-2p}}{p^2+9}$.

499. $F(p) = \dfrac{e^{-p}}{p(p-1)}$.

500. $F(p) = \dfrac{1}{p^2+1}\left(e^{-2p} + 2e^{-3p} + 3e^{-4p}\right)$.

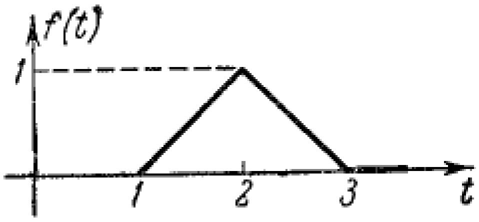
Решить дифференциальные уравнения при заданных начальных условиях

529. $x''' + 2x'' + 5x' = 0, \qquad x(0) = -1, \quad x'(0) = 2, \quad x''(0) = 0.$

Ответ:

$$x(t) = \frac{3}{5}e^{-t}\sin 2t - \frac{4}{5}e^{-t}\cos 2t - \frac{1}{5}$$

583.



$x'' + 9x = f(t),$

$x(0) = 0, \ x'(0) = 1.$

Ответ:

$$x(t) = \frac{1}{3}\sin 3t\,\eta(t) + \frac{1}{9}\left[(t-1) - \frac{1}{3}\sin 3(t-1)\right]\eta(t-1) - \frac{2}{9}\left[(t-2) - \frac{1}{3}\sin 3(t-2)\right]\eta(t-2) + \frac{1}{9}\left[(t-3) - \frac{1}{3}\sin 3(t-3)\right]\eta(t-3)$$

617. $x'' + x = \dfrac{1}{1+\cos^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = 0.$

Ответ:

$$x(t) = \cos t \operatorname{arctg}(\cos t) - \frac{\pi}{4}\cos t - \frac{1}{2\sqrt{2}}\sin t \cdot \ln\left|\frac{\sin t - \sqrt{2}}{\sin t + \sqrt{2}}\right|$$

Решить уравнение Вольтерра при заданных начальных условиях

652. $\varphi(x) = e^{-x} + \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^x (x-t)^2\varphi(t)\,dt.$

Ответ:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}e^{-x} + \frac{1}{6}e^{x} + \frac{1}{3}e^{-x/2}\left(\cos\frac{\sqrt{3}\,x}{2} - \sqrt{3}\,\sin\frac{\sqrt{3}\,x}{2}\right)$$