

Задачи, которые будут разобраны на практическом занятии

Практика 6. Интеграл от функции комплексного переменного.

1. Построить кривую
а) $\operatorname{Re}(z + 2 - i) = 3$, $3 \leq \operatorname{Im} z \leq 4$, б) $\operatorname{Re} z > 3$, $|z - 3| = 4$, в) $\operatorname{Im} z < 0$, $|z| = 2$.
2. $\int_l (z + z^*) dz$, по прямой от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 - i$.
3. $\int_l e^z \operatorname{Re} z dz$, по прямой от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.
4. $\int_C \operatorname{Re}(\sin z) \cdot \cos z dz$, $C: |\operatorname{Im} z| \leq 1, \operatorname{Re} z = \frac{\pi}{4}$
5. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, $z = (2 + i)t$ ($0 \leq t \leq 1$)
6. $\int_l \ln z dz$, $l: |z| = 1$ а) $z_1 = 1$, б) $z_1 = -1$.
7. $\int_1^i (3z^4 - 2z^3) dz$
8. $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$, а) $C: |z| = 1$, $\sqrt{1} = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$, б) $C: |z| = 1$, $\sqrt{-i} = (1 - i)\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{Re} z \geq 0$.
9. $\int_l \frac{\ln z dz}{z}$, по отрезку прямой, соединяющей точки $z_1 = 1$ и $z_2 = i$.
(доп) $\int_C \operatorname{Re} z dz$, ломаная, состоящая из отрезка $[0; 2]$ действительной оси и отрезка, соединяющего точки $z_1 = 2$, $z_2 = 2 + i$

Задачи, которые необходимо прорешать дома после практического занятия

Домашняя работа 5. (М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. УРСС. Москва, 2003, 205 с.)

1. $\int_C z \operatorname{Im} z^2 dz$, $C: |z| = 1, (-\pi \leq \arg z \leq 0)$ Отв: $-\frac{\pi}{2}$
2. $\int_C z \cdot z^* dz$, $C: |z| = 1$ обход против часовой стрелки. Отв: 0
3. $\int_{1+i}^{-1-i} (2z + 1) dz$ Отв: $-2(1 + i)$
4. $\int_1^i z \sin z dz$ Отв: $\cos 1 - \sin 1 - ie^{-1}$
5. $\int_1^i \frac{\ln(z + 1) dz}{z + 1}$, по дуге окружности $C: |z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0, \operatorname{Re} z \geq 0$
Отв: $-\frac{1}{8} \left(\frac{\pi^2}{4} + 3 \ln^2 2 \right) + i \frac{\pi}{8} \ln 2$
6. $\int_C z \operatorname{Im} z^2 dz$, $C: |\operatorname{Im} z| \leq 1, \operatorname{Re} z = 1$ Отв: $-\frac{4}{3}$