

Практика 5. Аналитичность фкп. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл производной.

1. Найти все точки, в которых существует производная. Найти производную в этих точках

а) $w = z * \operatorname{Im} z$; б) $w = \ln z$

2. Восстановить аналитическую функцию $w=f(z)$ по ее действительной или мнимой части

а) $v = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, f(1) = 0$; б) $u = x^2 - y^2 + 2x, f(i) = 2i - 1$.

3. Показать, что функция является гармонической $u = 2e^x \cos y$.

4. Могут ли являться действительной или мнимой частями аналитической функции $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ следующие функции:

а) $u = x^2 - y^2 + 2xy$; б) $v = \frac{1}{2}(x^2 + 1)y^2$.

5. Найти коэффициент растяжения k и угол поворота φ при заданном отображении $w=f(z)$ в заданной точке.

а) $w = e^z, z_1 = \ln 2 + i \frac{\pi}{4}, z_2 = -1 - i \frac{\pi}{2}$.

6. Выяснить, какая часть комплексной плоскости растягивается, какая сжимается при заданном отображении $w=f(z)$.

а) $w = \ln z$; б) $w = z^3$.

7. Доп. Пусть функция $w=f(z)$ – аналитическая в D . Какие из указанных функций будут гармоническими в области D : а) $|w|$; б) $\operatorname{arg} w$; в) $\ln |w|$.

Задачи, которые необходимо прорешать дома после практического занятия

Домашняя работа 4. (М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. УРСС. Москва, 2003, 205 с.)

1. Восстановить аналитическую функцию $w=f(z)$ по ее действительной или мнимой части

а) $u = 2 \sin x \operatorname{ch} y - x, f(0) = 0$; б) $v = 2 \cos x \operatorname{ch} y - x^2 + y^2, f(0) = 2$.

2. Могут ли являться действительной или мнимой частями аналитической функции $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ следующая функция: $v = \ln(x^2 + y^2)$;

3. Найти коэффициент растяжения k и угол поворота φ при заданном отображении $w=f(z)$ в заданной точке. а) $w = \sin z, z_1 = 0, z_2 = 1 + i$.

4. Выяснить, какая часть комплексной плоскости растягивается, какая сжимается при заданном отображении $w=f(z)$.

а) $w = e^z$; б) $w = \frac{1}{z}$.