

Домашнее задание по теме: «Числовые и функциональные ряды в комплексной плоскости»

Исследовать на сходимость ряды:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{\sqrt{n^3+i}};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2ni}}{n\sqrt{n}};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} i\sqrt{n}}{\sin in};$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - i \cos^2 6n};$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-i) \ln 2n};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)! + 2ni}.$$

Найти круг сходимости степенных рядов:

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} i^n \cdot z^n;$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{\sin^n(1+in)}.$$

Найти кольцо сходимости ряда

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-i)^n \cdot z^n};$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 1}{(z+2i)^n};$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n \cdot 2^n};$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{(z+1)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{(i+n)^n};$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(z+1-i)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot (z+1-i)^n; \quad 14. -\frac{1}{z-1} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot (z-1)^n.$$

Ответы:

1) сходится условно;	2) сходится абсолютно;
3) сходится абсолютно;	4) расходится;
5) расходится;	6) сходится абсолютно.
7) $ z < 1$;	8) $\mathbb{C}$;
9) $ z > \frac{1}{\sqrt{2}}$;	10) $ z+2i > 3$;
11) $1 < z < 2$;	12) $ z+1 > 2$;
13) расходится;	14) $0 < z-1 < 1$.